

\$SPAD/input schaum13.input

Timothy Daly

June 15, 2008

## Contents

1	[1]:14.280	$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	3
2	[1]:14.281	$\int \frac{x dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	9
3	[1]:14.282	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	16
4	[1]:14.283	$\int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	25
5	[1]:14.284	$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	29
6	[1]:14.285	$\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$	33
7	[1]:14.286	$\int x\sqrt{ax^2 + bx + c} dx$	41
8	[1]:14.287	$\int x^2\sqrt{ax^2 + bx + c} dx$	54
9	[1]:14.288	$\int \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x} dx$	79
10	[1]:14.289	$\int \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x^2} dx$	89
11	[1]:14.290	$\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$	100
12	[1]:14.291	$\int \frac{x dx}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$	102
13	[1]:14.292	$\int \frac{x^2 dx}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$	104
14	[1]:14.293	$\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$	111
15	[1]:14.294	$\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$	116

<b>16 [1]:14.295</b>	$\int (ax^2 + bx + c)^{n+1/2} dx$	<b>121</b>
<b>17 [1]:14.296</b>	$\int x(ax^2 + bx + c)^{n+1/2} dx$	<b>122</b>
<b>18 [1]:14.297</b>	$\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$	<b>122</b>
<b>19 [1]:14.298</b>	$\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$	<b>123</b>

1 [1]:14.280  $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$$\int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left( 2\sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax + b \right) \\ -\frac{1}{\sqrt{-a}} \sin^{-1} \left( \frac{2ax + b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{a}} \sinh^{-1} \left( \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right) \end{cases}$$

<\*)≡

```
)spool schaum13.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all
```

--S 1

```
aa:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
```

--R

--R (1)

--R [

--R log

```

--R          +-----+
--R          +-+ +-+ | 2 +-+
--R          (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
```

```

--R      +
--R          2 +-+
--R          (- 2a x - b x - 2c)\|a
```

--R /

```

--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R          2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
```

--R /

```

--R      +-+
--R      \|a
```

--R ,

```

--R          +-----+
--R          +---+ | 2 +---+ +-+
--R          \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      2atan(-----)
--R                      a x
```

--R -----]

```

--R          +---+
--R          \|- a
```

```
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E
```

```
--S 2
```

```
bb1:=1/sqrt(a)*log(2*sqrt(a)*sqrt(a*x^2+b*x+c)+2*a*x+b)
```

```
--R
--R          +-----+
--R      +-+ |  2
--R      log(2\|a \|a x  + b x + c  + 2a x + b)
--R (2)  -----
--R          +-+
--R         \|a
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 3
```

```
bb2:=-1/sqrt(-a)*asin((2*a*x+b)/sqrt(b^2-4*a*c))
```

```
--R
--R          2a x + b
--R      asin(-----)
--R          +-----+
--R          |          2
--R          \|- 4a c + b
--R (3)  - -----
--R          +----+
--R          \|- a
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 4
```

```
bb3:=1/sqrt(a)*asinh((2*a*x+b)/sqrt(4*a*c-b^2))
```

```
--R
--R          2a x + b
--R      asinh(-----)
--R          +-----+
--R          |          2
--R          \|4a c - b
--R (4)  -----
--R          +-+
--R         \|a
```

```
Type: Expression Integer
```

```
--E
```

```
--S 5
```

```
cc1:=bb1-aa.1
```

```
--R
```

```

--R (5)
--R          +-----+
--R      +-+ | 2
--R      log(2\|a \|a x + b x + c + 2a x + b)
--R      +
--R      -
--R      log
--R          +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      /
--R      +-+
--R      \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 6
cc2:=bb1-aa.2

```

```

--R (6)
--R          +-----+
--R      +----+ +-+ | 2
--R      \|- a log(2\|a \|a x + b x + c + 2a x + b)
--R      +
--R          +-----+
--R      +----+ | 2 +----+ +-+
--R      +-+ \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      - 2\|a atan(-----)
--R                                  a x
--R      /
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 7
cc3:=bb2-aa.1

```

```

--R (7)

```

```

--R      -
--R      +----+
--R      \|- a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      +-+ 2a x + b
--R      - \|a asin(-----)
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 8
cc4:=bb2-aa.2
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2 +-+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c      2a x + b
--R      - 2atan(-----) - asin(-----)
--R      a x      +-----+
--R      | 2
--R      \|- 4a c + b
--R      (8) -----
--R      +----+
--R      \|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 9
cc5:=bb3-aa.1
--R

```

```

--R (9)
--R -
--R log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      2a x + b
--R      asinh(-----)
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      +-+
--R      \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 10
cc6:=bb3-aa.2
--R
--R (10)
--R
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      +-+ \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c +---+ 2a x + b
--R      - 2\|a atan(-----) + \|- a asinh(-----)
--R                                 a x                                 +-----+
--R                                                                 | 2
--R                                                                 \|4a c - b
--R      -----
--R                                 +---+ +-+
--R                                 \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 11
dd1:=simplifyLog cc1
--R
--R (11)

```



```

--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+      +-+ | 2
--R      ((4a x + 2b)\|c + (- 2b x - 4c)\|a )\|a x + b x + c
--R      +
--R      2      +-+ +-+      2      2
--R      (4a x + 4b x + 4c)\|a \|c - 2a b x + (- 4a c - b )x - 2b c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ +-+      | 2      +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-+
--R      \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 12      14:280 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=ratDenom dd1

```

```

--R
--R      +-+      +-+
--R      +-+ - 2a\|c + b\|a
--R      \|a log(-----)
--R      a
--R      (12) -----
--R      a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

2 [1]:14.281  $\int \frac{x dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$$\int \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{a} - \frac{b}{2a} \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 11
aa:=integrate(x/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (2b\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2b c)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      (2\|a \|c  + 2a x)\|a x  + b x + c  - 2a x\|c
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ +-+
--R      - 2b x\|a \|a x  + b x + c  + (4a x  + 2b x)\|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      4a\|a \|c \|a x  + b x + c  + (- 2a b x - 4a c)\|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (- 2b\|c \|a x  + b x + c  + b x + 2b c)
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +-+

```

```

--R      \|- a \|a x  + b x + c  - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R                                 a x
--R      +
--R      +-----+
--R      +----+ | 2                2      +----+ +--+
--R      - b x\|- a \|a x  + b x + c  + (2a x  + b x)\|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +----+ +--+ | 2                +----+
--R      2a\|- a \|c \|a x  + b x + c  + (- a b x - 2a c)\|- a
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

--S 12

```
t1:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
```

```

--R
--R      (2)
--R      [
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2                +-+
--R      (2\|a \|c  - 2a x)\|a x  + b x + c  + 2a x\|c
--R      +
--R      2                +-+
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      /
--R      +-+
--R      \|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      +----+ | 2                +----+ +--+
--R      \|- a \|a x  + b x + c  - \|- a \|c
--R      2atan(-----)
--R                                 a x
--R      -----]
--R      +----+
--R      \|- a
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 13
bb1:=sqrt(a*x^2+b*x+c)/a-b/(2*a)*t1.1
--R
--R (3)
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|a \|a x + b x + c
--R      /
--R      +-+
--R      2a\|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 14
bb2:=sqrt(a*x^2+b*x+c)/a-b/(2*a)*t1.2
--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      +----+ | 2 +----+ +-+ +-----+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c +----+ | 2
--R      - b atan(-----) + \|- a \|a x + b x + c
--R      a x
--R      -----
--R      +----+
--R      a\|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 15
cc1:=bb1-aa.1
--R

```

```

--R (5)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (- 2b\|c \|a x + b x + c + b x + 2b c)
--R
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (- 2b\|c \|a x + b x + c + b x + 2b c)
--R
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      +-+ +-+
--R      - 4c\|a \|a x + b x + c + (2b x + 4c)\|a \|c
--R
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      4a\|a \|c \|a x + b x + c + (- 2a b x - 4a c)\|a
--R
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 16
cc2:=bb1-aa.2
--R

```

```

--R (6)
--R
--R          +-----+
--R      +---+ +---+ | 2          2          +---+
--R      (- 2b\|- a \|c \|a x  + b x + c  + (b x + 2b c)\|- a )
--R      *
--R      log
--R
--R          +-----+
--R      +---+ +---+ | 2          +---+
--R      (2\|a \|c  - 2a x)\|a x  + b x + c  + 2a x\|c
--R      +
--R          2          +---+
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+
--R      +---+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      +
--R          +-----+
--R      +---+ +---+ | 2          2          +---+
--R      (4b\|a \|c \|a x  + b x + c  + (- 2b x - 4b c)\|a )
--R      *
--R          +-----+
--R      +---+ | 2          +---+ +---+
--R      \|- a \|a x  + b x + c  - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R          a x
--R      +
--R          +-----+
--R      +---+ +---+ | 2          +---+ +---+ +---+
--R      - 4c\|- a \|a \|a x  + b x + c  + (2b x + 4c)\|- a \|a \|c
--R      /
--R          +-----+
--R      +---+ +---+ +---+ | 2          +---+ +---+
--R      4a\|- a \|a \|c \|a x  + b x + c  + (- 2a b x - 4a c)\|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 17
cc3:=bb2-aa.1

```

```

--R (7)
--R
--R          +-----+
--R      +---+ +---+ | 2          2          +---+
--R      (- 2b\|- a \|c \|a x  + b x + c  + (b x + 2b c)\|- a )
--R      *
--R      log

```

```

--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 2 +-+
--R      (- 4b\|a \|c \|a x + b x + c + (2b x + 4b c)\|a )
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2 +---+ +-+ +-+
--R      - 4c\|- a \|a \|a x + b x + c + (2b x + 4c)\|- a \|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ +-+ | 2 +---+ +-+
--R      4a\|- a \|a \|c \|a x + b x + c + (- 2a b x - 4a c)\|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 18
cc4:=bb2-aa.2

```

```

--R
--R      +-----+
--R      | 2 +-+
--R      - 2c\|a x + b x + c + (b x + 2c)\|c
--R      (8) -----
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2a\|c \|a x + b x + c - a b x - 2a c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 19      14:281 Schaums and Axiom differ by a constant
dd1:=ratDenom cc4

```

```
--R
--R      +-+
--R     \|c
--R (9)  - ----
--R      a
--R
--E
```

Type: Expression Integer



3 [1]:14.282  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{2ax - 3b}{4a^2} \sqrt{ax^2 + bx + c} + \frac{3b^2 - 4ac}{8a^2} \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 19
aa:=integrate(x^2/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R 
--R (1)
--R [
--R 
--R                                     +-----+
--R                3      2      2  +-+ |  2
--R      ((16a b c - 12b )x + 32a c - 24b c)\|c \|a x + b x + c
--R  +
--R      2 2      2      4 2      2      3      3      2 2
--R      (- 16a c + 8a b c + 3b )x + (- 32a b c + 24b c)x - 32a c + 24b c
--R  *
--R  log
--R                                     +-----+
--R      +-+ +-+ |  2      +-+
--R      (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R  +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R  /
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R  +
--R      2      2 3      3 2      2      2      +-+
--R      ((- 16a c - 4a b )x + (- 8a b c + 6b )x + (- 32a c + 24b c)x)\|a
--R  *
--R      +-----+
--R      |  2
--R      \|a x + b x + c
--R  +
--R      2      4      2      2 3      3 2
--R      16a b x + (32a c - 8a b )x + (24a b c - 18b )x
--R  +
--R      2      2
--R      (32a c - 24b c)x
--R  *

```

```

--R      +-+ +-+
--R      \|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2      +-+ +-+ | 2
--R      (32a b x + 64a c)\|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 2 2      2      2 2 +-+
--R      ((- 32a c - 8a b )x - 64a b c x - 64a c )\|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      3      2      2      +-+ | 2
--R      ((- 16a b c + 12b )x - 32a c + 24b c)\|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      2      4 2      2      3      3      2 2
--R      (16a c - 8a b c - 3b )x + (32a b c - 24b c)x + 32a c - 24b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +----+ | 2      +----+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      2      2 3      3 2      2      2      +----+
--R      ((- 8a c - 2a b )x + (- 4a b c + 3b )x + (- 16a c + 12b c)x)\|- a
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 4      2      2 3      3 2      2      2
--R      (8a b x + (16a c - 4a b )x + (12a b c - 9b )x + (16a c - 12b c)x)
--R      *
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2      +----+ +-+ | 2
--R      (16a b x + 32a c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 2 2      2      2 2 +----+
--R      ((- 16a c - 4a b )x - 32a b c x - 32a c )\|- a
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 20
t1:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R (2)
--R [
--R   log
--R                                     +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R   +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R /
--R   +-+
--R   \|a
--R ,
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R 2atan(-----)
--R                                     a x
--R -----]
--R      +---+
--R      \|- a
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 21
bb1:=(2*a*x-3*b)/(4*a^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c)+(3*b^2-4*a*c)/(8*a^2)*t1.1
--R
--R (3)
--R      2
--R      (- 4a c + 3b )
--R *
--R   log
--R                                     +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R   +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a

```

```

--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R  +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      (4a x - 6b)\|a \|a x + b x + c
--R  /
--R      2 +-+
--R      8a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 22
bb2:=(2*a*x-3*b)/(4*a^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c)+(3*b^2-4*a*c)/(8*a^2)*t1.2

```

```

--R
--R  (4)
--R
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      2      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      (- 4a c + 3b )atan(-----)
--R                                  a x
--R  +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      (2a x - 3b)\|- a \|a x + b x + c
--R  /
--R      2 +---+
--R      4a \|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 23
cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R
--R  (5)
--R
--R      +-----+
--R      3      2      2 +-+ | 2
--R      ((16a b c - 12b )x + 32a c - 24b c)\|c \|a x + b x + c
--R  +
--R      2 2      2      4 2      2      3      3      2 2
--R      (- 16a c + 8a b c + 3b )x + (- 32a b c + 24b c)x - 32a c + 24b c
--R  *
--R      log
--R
--R      +-----+

```

```

--R          +-+ +-+      |  2      +-+
--R      (2\|a \|c  + 2a x)\|a x  + b x + c  - 2a x\|c
--R      +
--R          2      +-+
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      +
--R          +-----+
--R          3      2      2      +-+ |  2
--R      ((16a b c - 12b )x + 32a c  - 24b c)\|c \|a x  + b x + c
--R      +
--R          2 2      2      4 2      2      3      3      2 2
--R      (- 16a c  + 8a b c + 3b )x  + (- 32a b c  + 24b c)x - 32a c  + 24b c
--R      *
--R      log
--R          +-----+
--R          +-+ +-+      |  2      +-+
--R      (2\|a \|c  - 2a x)\|a x  + b x + c  + 2a x\|c
--R      +
--R          2      +-+
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+
--R          +-+ |  2
--R          2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      +
--R          +-----+
--R          2      2      +-+ |  2
--R      (- 24b c x - 48b c )\|a \|a x  + b x + c
--R      +
--R          3 2      2      2      +-+ +-+
--R      ((24a b c + 6b )x  + 48b c x + 48b c )\|a \|c
--R      /
--R          +-----+
--R          2      2      +-+ +-+ |  2
--R      (32a b x + 64a c)\|a \|c \|a x  + b x + c
--R      +
--R          3      2 2 2      2      2 2      +-+
--R      ((- 32a c - 8a b )x  - 64a b c x - 64a c )\|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 24

cc2:=aa.2-bb1

--R  
--R (6)

$$\begin{aligned} & \left( (16abc^3 - 12b^2c^2)x^3 + 32a^2c^2 - 24b^2c \right) \sqrt{-a} \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\ & + \left( (-16a^2c^2 + 8ab^2c + 3b^4)x^2 + (-32a^2bc^2 + 24b^3c)x - 32a^3c \right) \\ & + 24b^2c \\ & * \sqrt{-a} \\ & * \log \left( \frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \right) \\ & + 2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c \\ & + \left( (-32abc^3 + 24b^2c^2)x^3 - 64a^2c^2 + 48b^2c \right) \sqrt{a} \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\ & + \left( (32a^2c^2 - 16a^2bc - 6b^4)x^2 + (64abc^2 - 48b^3c)x + 64a^3c - 48b^2c \right) \\ & * \sqrt{a} \\ & * \operatorname{atan} \left( \frac{\sqrt{-a}\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{-a}\sqrt{c}}{ax} \right) \end{aligned}$$

```

--R      +
--R      +-----+
--R      2      2 +----+ +--+ | 2
--R      (- 24b c x - 48b c )\|- a \|a \|a x + b x + c
--R      +
--R      3 2      2      2 +----+ +--+ +--+
--R      ((24a b c + 6b )x + 48b c x + 48b c )\|- a \|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 +----+ +--+ +--+ | 2
--R      (32a b x + 64a c)\|- a \|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 2 2      2      2 2 +----+ +--+
--R      ((- 32a c - 8a b )x - 64a b c x - 64a c )\|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 25
cc3:=aa.2-bb1

```

```

--R
--R      (7)
--R      +-----+
--R      3      2      2 +----+ +--+ | 2
--R      ((16a b c - 12b )x + 32a c - 24b c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      2      4 2      2      3      3
--R      (- 16a c + 8a b c + 3b )x + (- 32a b c + 24b c)x - 32a c
--R      +
--R      2 2
--R      24b c
--R      *
--R      +----+
--R      \|- a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      +--+ +--+ | 2      +--+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +--+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +--+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +

```





```

--R
--R
--R      +-----+
--R      2      2  +-+ |  2      3      2 2 2      2
--R      (16a b x + 32a c)\|c \|a x + b x + c + (- 16a c - 4a b )x - 32a b c x
--R      +
--R      2 2
--R      - 32a c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 27      14:282 Schaums and Axiom differ by a constant
dd4:=ratDenom cc4

```

```

--R
--R      +-+
--R      3b\|c
--R      (9) - -----
--R      2
--R      4a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

4 [1]:14.283  $\int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{c}} \ln \left( \frac{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} + bx + 2c}{x} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{-c}} \sin^{-1} \left( \frac{bx + 2c}{|x|\sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \\ -\frac{1}{\sqrt{c}} \sinh^{-1} \left( \frac{bx + 2c}{|x|\sqrt{4ac - b^2}} \right) \end{cases}$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 27
aa:=integrate(1/(x*sqrt(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R (1) -----
--R      +-+
--R      \|c
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

```
--S 28
bb1:=-1/sqrt(c)*log((2*sqrt(c)*sqrt(a*x^2+b*x+c)+b*x+2*c)/x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c + b x + 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R (2) - -----
--R      +-+
--R      \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E
```

```
--S 29
bb2:=1/sqrt(-c)*asin((b*x+2*c)/(x*sqrt(b^2-4*a*c)))
```

```

--R
--R      b x + 2c
--R      asin(-----)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      x\|- 4a c + b
--R (3) -----
--R      +---+
--R      \|- c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 30
bb3:=-1/sqrt(c)*asinh((b*x+2*c)/(x*sqrt(4*a*c-b^2)))
--R
--R      b x + 2c
--R      asinh(-----)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      x\|4a c - b
--R (4) - -----
--R      +-+
--R      \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 31
cc1:=aa-bb1
--R
--R (5)
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      2\|c \|a x + b x + c + b x + 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R
--R      /
--R      +-+
--R      \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 32
cc2:=aa-bb2
--R
--R (6)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      +----+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c +-+ b x + 2c
--R      \|- c log(-----) - \|c asin(-----)
--R                                 x
--R                                 +-----+
--R                                 | 2
--R                                 x\|- 4a c + b
--R -----
--R                                 +----+ +-+
--R                                 \|- c \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 33
cc3:=aa-bb3
--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c b x + 2c
--R      log(-----) + asinh(-----)
--R                                 x
--R                                 +-----+
--R                                 | 2
--R                                 x\|4a c - b
--R (7) -----
--R                                 +-+
--R                                 \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 34
dd1:=expandLog cc1
--R
--R (8)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      log(2\|c \|a x + b x + c + b x + 2c)
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      log(2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c) - 2log(x)
--R /

```

```

--R      +-+
--R      \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 35
ee1:=ratDenom dd1
--R
--R      (9)
--R
--R      +-----+
--R      +-+      +-+ | 2
--R      \|c log(2\|c \|a x  + b x + c  + b x + 2c)
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+      +-+ | 2
--R      \|c log(2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c) - 2log(x)\|c
--R      /
--R      c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 36      14:283 Schaums and Axiom differ by a constant
ff1:=complexNormalize ee1
--R
--R
--R      2 +-+
--R      log(4a c - b )\|c
--R      (10) -----
--R      c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

5 [1]:14.284  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$$\int \frac{1}{x^2 \sqrt{ax^2 + bx + c}} = -\frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{cx} - \frac{b}{2c} \int \frac{1}{x \sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 37
aa:=integrate(1/(x^2*sqrt(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R (1)
--R
--R          +-----+
--R      +-+ | 2          2 2
--R      (- 4b x\|c \|a x  + b x + c  + 2b x  + 4b c x)
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2          +-+
--R      2c\|a x  + b x + c  + (- b x - 2c)\|c
--R      log(-----)
--R                      2c x
--R      +
--R          +-----+
--R          +-+ | 2          2 2          2
--R      (2b x + 8c)\|c \|a x  + b x + c  + (- 8a c + b )x  - 6b c x - 8c
--R      /
--R          +-----+
--R      2 | 2          2 2  +-+
--R      8c x\|a x  + b x + c  + (- 4b c x  - 8c x)\|c
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 38
t1:=integrate(1/(x*sqrt(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R          2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      log(-----)
--R                      x
--R (2) -----
--R                      +-+
--R                      \|c
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 39
bb:=-sqrt(a*x^2+b*x+c)/(c*x)-b/(2*c)*t1
--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c  +-+ | 2
--R      - b x log(-----) - 2\|c \|a x  + b x + c
--R                      x
--R (3) -----
--R                      +-+
--R                      2c x\|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 40
cc:=aa-bb
--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      | 2
--R      (4b c\|a x  + b x + c  + (- 2b x - 4b c)\|c )
--R *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      log(-----)
--R                      x
--R +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      (- 4b c\|a x  + b x + c  + (2b x + 4b c)\|c )
--R *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2c\|a x  + b x + c  + (- b x - 2c)\|c
--R      log(-----)
--R                      2c x
--R +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      - 2b c\|a x  + b x + c  + (b x + 2b c)\|c
--R /
--R      +-----+
--R      2 +-+ | 2
--R      8c \|c \|a x  + b x + c  - 4b c x - 8c

```

--R Type: Expression Integer  
 --E

--S 41  
 dd:=expandLog cc

--R (5)

$$\frac{\begin{aligned} & (4bc\sqrt{ax^2+bx+c} + (-2bx-4b^2c)\sqrt{c}) \cdot \log(2\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} - bx - 2c) \\ & + (-4bc\sqrt{ax^2+bx+c} + (2bx+4b^2c)\sqrt{c}) \cdot \log(2c\sqrt{ax^2+bx+c} + (-bx-2c)\sqrt{c}) \\ & + (4bc\log(c) + 4b^2c\log(2) - 2b^2c)\sqrt{ax^2+bx+c} \\ & + ((-2bx-4b^2c)\log(c) + (-2bx-4b^2c)\log(2) + bx^2 + 2b^2c)\sqrt{c} \end{aligned}}{8c^2\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} - 4b^2cx - 8c^3}$$

--R Type: Expression Integer  
 --E

--S 42  
 ee:=ratDenom dd

--R (6)

$$\frac{2b\sqrt{c}\log(2\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} - bx - 2c)}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$



```

--R      - 2b\|c log(2c\|a x  + b x + c  + (- b x - 2c)\|c )
--R      +
--R                                     +-+
--R      (2b log(c) + 2b log(2) - b)\|c
--R /
--R      2
--R      4c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 43      14:284 Schaums and Axiom differ by a constant
ff:=complexNormalize ee

```

```

--R
--R                                     +-+
--R      (b log(c) + 2b log(2) - b)\|c
--R (7) -----
--R              2
--R             4c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

6 [1]:14.285  $\int \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$

$$\int \sqrt{ax^2 + bx + c} = \frac{(2ax + b)\sqrt{ax^2 + bx + c}}{4a} + \frac{4ac - b^2}{8a} \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

(\*)+≡  
)clear all

--S 44

aa:=integrate(sqrt(a\*x^2+b\*x+c),x)

--R

--R

--R (1)

--R [

--R

--R 
$$\frac{((16a^3bc - 4b^2c^2)x^3 + 32a^2c^2 - 8b^2c^2)\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c}}{(-16a^2c^2 + b^4)x^2 + (-32a^2bc^2 + 8b^3c^2)x - 32a^3c^2 + 8b^2c^2}$$

--R

--R +

--R \*

--R log

--R

--R 
$$\frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}}$$

--R

--R +

--R /

--R 
$$\frac{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{(((-16a^2c - 4a^2b^2)x^2 + (-40a^2bc - 2b^3)x^3 + (-32a^2c^2 - 8b^2c^2)x)\sqrt{a}}$$

--R

--R +

--R \*

--R 
$$\sqrt{ax^2 + bx + c}$$

--R

--R +

--R

--R 
$$(32a^2c^2 + 8b^2c^2)x^2$$

--R

--R \*

```

--R      +-+ +-+
--R      \|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      (32a b x + 64a c)\|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 2 2 +-+
--R      ((- 32a c - 8a b )x - 64a b c x - 64a c )\|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      3 2 2 +-+ | 2
--R      ((16a b c - 4b )x + 32a c - 8b c)\|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 4 2 2 3 3 2 2
--R      (- 16a c + b )x + (- 32a b c + 8b c)x - 32a c + 8b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      2 2 3 3 2 2 +-+
--R      ((- 8a c - 2a b )x + (- 20a b c - b )x + (- 16a c - 4b c)x)\|- a
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 4 2 2 3 3 2 2 2
--R      (8a b x + (16a c + 12a b )x + (28a b c + 3b )x + (16a c + 4b c)x)
--R      *
--R      +---+ +-+
--R      \|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2
--R      (16a b x + 32a c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 2 2 +-+
--R      ((- 16a c - 4a b )x - 32a b c x - 32a c )\|- a
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 45
t1:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R (2)
--R [
--R   log
--R                                     +-----+
--R           +-+ +-+ | 2 +-+
--R       (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R   +
--R           2 +-+
--R       (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R /
--R           +-----+
--R       +-+ | 2
--R       2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R /
--R   +-+
--R   \|a
--R ,
--R           +-----+
--R       +---+ | 2 +---+ +-+
--R       \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R 2atan(-----)
--R                                     a x
--R -----]
--R           +---+
--R           \|- a
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 46
bb1:=((2*a*x+b)*sqrt(a*x^2+b*x+c))/(4*a)+(4*a*c-b^2)/(8*a)*t1.1
--R
--R (3)
--R           2
--R       (4a c - b )
--R *
--R   log
--R                                     +-----+
--R           +-+ +-+ | 2 +-+
--R       (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R   +
--R           2 +-+
--R       (- 2a x - b x - 2c)\|a

```

```

--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      (4a x + 2b)\|a \|a x + b x + c
--R      /
--R      +-+
--R      8a\|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 47
bb2:=((2*a*x+b)*sqrt(a*x^2+b*x+c))/(4*a)+(4*a*c-b^2)/(8*a)*t1.2
--R
--R      (4)
--R      +-----+
--R      +---+ | 2          +---+ +-+
--R      2      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      (4a c - b )atan(-----)
--R                                  a x
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      (2a x + b)\|- a \|a x + b x + c
--R      /
--R      +---+
--R      4a\|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 48
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (5)
--R      +-----+
--R      2      2 | 2
--R      (4b c x + 8b c )\|a x + b x + c
--R      +
--R      3 2      2      2 +-+
--R      ((- 4a b c - b )x - 8b c x - 8b c )\|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2          2      2 2

```

```

--R      (16a b x + 32a c)\|c \|a x + b x + c + (- 16a c - 4a b )x - 32a b c x
--R      +
--R      2
--R      - 32a c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 49
cc2:=aa.2-bb1

```

```

--R      (6)
--R
--R
--R
--R
--R      +-----+
--R      3      2      2      +---+ +---+ | 2
--R      ((- 16a b c + 4b )x - 32a c + 8b c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      4 2      2      3      3      2 2      +---+
--R      ((16a c - b )x + (32a b c - 8b c)x + 32a c - 8b c)\|- a
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +---+ +---+ | 2      +---+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +---+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      3      2      2      +---+ +---+ | 2
--R      ((32a b c - 8b )x + 64a c - 16b c)\|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      4 2      2      3      3      2 2      +---+
--R      ((- 32a c + 2b )x + (- 64a b c + 16b c)x - 64a c + 16b c)\|a
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +---+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      +-----+
--R      2      2      +---+ +---+ | 2
--R      (8b c x + 16b c )\|- a \|a \|a x + b x + c

```

```

--R      +
--R      3 2      2      2 +----+ +-+ +-+
--R      ((- 8a b c - 2b )x - 16b c x - 16b c )\|- a \|a \|c
--R  /
--R      +-----+
--R      +----+ +-+ +-+ | 2
--R      (32a b x + 64a c)\|- a \|a \|c \|a x + b x + c
--R  +
--R      2      2 2      2 +----+ +-+
--R      ((- 32a c - 8a b )x - 64a b c x - 64a c )\|- a \|a
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 50
cc3:=aa.1-bb2

```

```

--R
--R  (7)
--R      +-----+
--R      3      2      2 +----+ +-+ | 2
--R      ((16a b c - 4b )x + 32a c - 8b c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R  +
--R      2 2      4 2      2      3      3      2 2 +----+
--R      ((- 16a c + b )x + (- 32a b c + 8b c)x - 32a c + 8b c )\|- a
--R  *
--R  log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R  +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R  /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R  +
--R      +-----+
--R      3      2      2 +-+ +-+ | 2
--R      ((- 32a b c + 8b )x - 64a c + 16b c)\|a \|c \|a x + b x + c
--R  +
--R      2 2      4 2      2      3      3      2 2 +-+
--R      ((32a c - 2b )x + (64a b c - 16b c)x + 64a c - 16b c )\|a
--R  *
--R      +-----+
--R      +----+ | 2      +----+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c

```

```

--R      atan(-----)
--R              a x
--R      +
--R              +-----+
--R      2      2 +---+ +-+ | 2
--R      (8b c x + 16b c )\|- a \|a \|a x + b x + c
--R      +
--R      3 2      2      2 +---+ +-+ +-+
--R      ((- 8a b c - 2b )x - 16b c x - 16b c )\|- a \|a \|c
--R      /
--R              +-----+
--R      +---+ +-+ +-+ | 2
--R      (32a b x + 64a c)\|- a \|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2      2 2      2 +---+ +-+
--R      ((- 32a c - 8a b )x - 64a b c x - 64a c )\|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 51

cc4:=aa.2-bb2

```

--R
--R      (8)
--R              +-----+
--R      2      2 | 2
--R      (4b c x + 8b c )\|a x + b x + c
--R      +
--R      3 2      2      2 +---+
--R      ((- 4a b c - b )x - 8b c x - 8b c )\|c
--R      /
--R              +-----+
--R      +-+ | 2      2      2 2
--R      (16a b x + 32a c)\|c \|a x + b x + c + (- 16a c - 4a b )x - 32a b c x
--R      +
--R      2
--R      - 32a c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 52 14:285 Schaums and Axiom differ by a constant

dd4:=ratDenom cc4

```

--R
--R      +-+
--R      b\|c
--R      (9) -----
--R      4a

```



--R  
--E

Type: Expression Integer

7 [1]:14.286  $\int x\sqrt{ax^2 + bx + c} dx$

$$\int x\sqrt{ax^2 + bx + c} = \frac{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}{3a} - \frac{b(2ax + b)}{8a^2}\sqrt{ax^2 + bx + c} - \frac{b(4ac - b^2)}{16a^2} \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 53
aa:=integrate(x*sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      2 2      3      5 2      2 2      4
--R      (96a b c + 48a b c - 18b )x + (384a b c - 96b c)x
--R      +
--R      3      3 2
--R      384a b c - 96b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 2      4      6 3
--R      (- 144a b c + 24a b c + 3b )x
--R      +
--R      2 3      3 2      5 2      2 3      4 2
--R      (- 288a b c - 144a b c + 54b c)x + (- 576a b c + 144b c )x
--R      +
--R      4      3 3
--R      - 384a b c + 96b c
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a

```

```

--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      3      2 3 5      3 2      2 2      4 4
--R      (- 192a b c - 16a b )x + (- 384a c - 336a b c - 4a b )x
--R      +
--R      2 2      3      5 3
--R      (- 1056a b c - 16a b c + 6b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4 2      3      3 2
--R      (- 768a c - 288a b c + 72b c)x + (- 384a b c + 96b c )x
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|a \|a x + b x + c
--R      +
--R      4      3 2 6      3      2 3 5
--R      (128a c + 96a b )x + (672a b c + 120a b )x
--R      +
--R      3 2      2 2      4 4      2 2      3      5 3
--R      (768a c + 816a b c - 12a b )x + (1632a b c + 64a b c - 30b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4 2      3      3 2
--R      (768a c + 480a b c - 120b c)x + (384a b c - 96b c )x
--R      *
--R      +-+ +-+
--R      \|a \|c
--R      /
--R      3      2 2 2      2      2 2 +-+ +-+
--R      ((384a c + 288a b )x + 1536a b c x + 1536a c )\|a \|c
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 3 3      3 2      2 2 2      2 2
--R      (- 576a b c - 48a b )x + (- 1152a c - 864a b c)x - 2304a b c x
--R      +
--R      2 3
--R      - 1536a c
--R      *
--R      +-+
--R      \|a
--R      ,

```

```

--R
--R
--R      2 2      3      5 2      2 2      4
--R      (- 96a b c - 48a b c + 18b )x + (- 384a b c + 96b c)x
--R
--R      +
--R
--R      3      3 2
--R      - 384a b c + 96b c
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R
--R      2 2 2      4      6 3      2 3      3 2      5 2
--R      (144a b c - 24a b c - 3b )x + (288a b c + 144a b c - 54b c)x
--R
--R      +
--R
--R      2 3      4 2      4      3 3
--R      (576a b c - 144b c )x + 384a b c - 96b c
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R
--R      a x
--R
--R      +
--R
--R      3      2 3 5      3 2      2 2      4 4
--R      (- 96a b c - 8a b )x + (- 192a c - 168a b c - 2a b )x
--R
--R      +
--R
--R      2 2      3      5 3      2 3      2 2      4 2
--R      (- 528a b c - 8a b c + 3b )x + (- 384a c - 144a b c + 36b c)x
--R
--R      +
--R
--R      3      3 2
--R      (- 192a b c + 48b c )x
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      \|- a \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R
--R      4      3 2 6      3      2 3 5
--R      (64a c + 48a b )x + (336a b c + 60a b )x
--R
--R      +
--R
--R      3 2      2 2      4 4      2 2      3      5 3
--R      (384a c + 408a b c - 6a b )x + (816a b c + 32a b c - 15b )x
--R
--R      +
--R
--R      2 3      2 2      4 2      3      3 2
--R      (384a c + 240a b c - 60b c)x + (192a b c - 48b c )x
--R
--R      *
--R
--R      +---+ +-+

```

```

--R      \|- a \|c
--R  /
--R      3      2 2 2      2      2 2 +----+ +--+
--R      ((192a c + 144a b )x + 768a b c x + 768a c )\|- a \|c
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 3 3      3 2      2 2 2      2 2
--R      (- 288a b c - 24a b )x + (- 576a c - 432a b c)x - 1152a b c x
--R      +
--R      2 3
--R      - 768a c
--R      *
--R      +----+
--R      \|- a
--R  ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

--S 54

```
t1:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
```

```

--R
--R  (2)
--R  [
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+      | 2      +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R  /
--R      +-+
--R      \|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      +----+ | 2      +----+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      2atan(-----)
--R      a x

```

```

--R -----]
--R          +---+
--R          \|- a
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 55
bb1:=(a*x^2+b*x+c)^(3/2)/(3*a)-(b*(2*a*x+b))/(8*a^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c)-(b*(4*a*c-b^2))

```

```

--R (3)
--R          3
--R      (- 12a b c + 3b )
--R      *
--R      log
--R          +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R          2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R          2 2 +-+ | 2
--R      (16a x + 4a b x + 16a c - 6b )\|a \|a x + b x + c
--R      /
--R      2 +-+
--R      48a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 56
bb2:=(a*x^2+b*x+c)^(3/2)/(3*a)-(b*(2*a*x+b))/(8*a^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c)-(b*(4*a*c-b^2))

```

```

--R (4)
--R          +-----+
--R          +---+ | 2 +-+ +-+
--R          \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      (- 12a b c + 3b )atan(-----)
--R                                  a x
--R      +
--R          2 2 +-+ | 2

```

```

--R      (8a x + 2a b x + 8a c - 3b )\|- a \|a x + b x + c
--R /
--R      2 +----+
--R      24a \|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 57
cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R (5)
--R      2 2      3      5 2      2 2      4      3
--R      (96a b c + 48a b c - 18b )x + (384a b c - 96b c)x + 384a b c
--R +
--R      3 2
--R      - 96b c
--R *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R +
--R      2 2 2      4      6 3      2 3      3 2      5 2
--R      (- 144a b c + 24a b c + 3b )x + (- 288a b c - 144a b c + 54b c)x
--R +
--R      2 3      4 2      4      3 3
--R      (- 576a b c + 144b c )x - 384a b c + 96b c
--R *
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R +
--R      2 2      3      5 2      2 2      4      3
--R      (96a b c + 48a b c - 18b )x + (384a b c - 96b c)x + 384a b c
--R +
--R      3 2
--R      - 96b c
--R *
--R      +-----+

```

$$\begin{aligned}
& \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (-144a^2bc^2 + 24a^4bc^3 + 3b^6)x^2 + (-288a^2bc^3 - 144a^3b^2c^2 + 54b^5c)x^3 \\
& + (-576a^2bc^3 + 144b^4c^2)x^4 - 384a^4bc^3 + 96b^3c^3 \\
& * \log \left( \frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \right) \\
& + 2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c \\
& + (128a^2c^3 + 48a^2b^2c^2 - 36b^4c)x^2 + (512a^3bc^3 - 192b^3c^2)x^3 + 512a^4c^4 \\
& - 192b^2c^3 \\
& * \sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (-192a^2bc^2 + 56a^3b^2c^3 + 6b^5)x^3 + (-384a^2c^3 - 144a^2b^2c^2 + 108b^4c)x^4 \\
& + (-768a^3bc^3 + 288b^3c^2)x^4 - 512a^4c^2 + 192b^2c^3 \\
& * \sqrt{a}\sqrt{c} \\
& / \left( (384a^3c + 288a^2b^2)x^2 + 1536a^2bcx + 1536a^2c \right) \sqrt{a}\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (-576a^3bc - 48a^2b^3)x^3 + (-1152a^3c - 864a^2b^2c)x^2 - 2304a^2bcx
\end{aligned}$$



```

--R      +
--R      2 3
--R      - 1536a c
--R      *
--R      +-+
--R      \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 58
cc2:=aa.2-bb1

```

```

--R      (6)
--R      2 2      3      5 2      2 2      4      3
--R      (96a b c + 48a b c - 18b )x + (384a b c - 96b c)x + 384a b c
--R      +
--R      3 2
--R      - 96b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2
--R      \|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 2      4      6 3
--R      (- 144a b c + 24a b c + 3b )x
--R      +
--R      2 3      3 2      5 2      2 3      4 2
--R      (- 288a b c - 144a b c + 54b c)x + (- 576a b c + 144b c )x
--R      +
--R      4      3 3
--R      - 384a b c + 96b c
--R      *
--R      +---+
--R      \|- a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c

```

$$\begin{aligned}
& + \left( (-192a^2bc^2 - 96a^3bc + 36b^5)x^2 + (-768a^2b^2c^2 + 192b^4c)x^4 \right. \\
& \quad \left. - 768a^3bc^3 + 192b^3c^2 \right) \\
& * \sqrt{a} \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (288a^2b^2c^2 - 48a^4bc^4 - 6b^6)x^3 \\
& \quad + (576a^2bc^3 + 288a^3bc^2 - 108b^5)x^2 + (1152a^2b^3c^3 - 288b^4c^2)x^4 \\
& \quad + 768a^4bc^4 - 192b^3c^3 \\
& * \sqrt{a} \\
& * \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{-a} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{-a} \sqrt{c}}{ax}\right) \\
& + (128a^2c^3 + 48a^2bc^2 - 36b^4c)x^3 + (512a^3bc^3 - 192b^3c^2)x^3 + 512a^4c^4 \\
& \quad - 192b^2c^3 \\
& * \sqrt{-a} \sqrt{a} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (-192a^2b^2c^2 + 56a^3bc^5 + 6b^5)x^3 + (-384a^2c^3 - 144a^2b^2c^2 + 108b^4c)x^4 \\
& \quad + (-768a^3bc^3 + 288b^3c^2)x^4 - 512a^4c^2 + 192b^2c^3 \\
& * \sqrt{-a} \sqrt{a} \sqrt{a}
\end{aligned}$$

```

--R      \|- a \|a \|c
--R /
--R      3      2 2 2      2      2 2 +----+ +-+ +-+
--R      ((384a c + 288a b )x + 1536a b c x + 1536a c )\|- a \|a \|c
--R *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R +
--R      3      2 3 3      3 2      2 2 2      2 2
--R      (- 576a b c - 48a b )x + (- 1152a c - 864a b c)x - 2304a b c x
--R +
--R      2 3
--R      - 1536a c
--R *
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 59
cc3:=aa.1-bb2

```

```

--R
--R (7)
--R      2 2      3      5 2      2 2      4      3
--R      (96a b c + 48a b c - 18b )x + (384a b c - 96b c)x + 384a b c
--R +
--R      3 2
--R      - 96b c
--R *
--R      +-----+
--R      +----+ +-+ | 2
--R      \|- a \|c \|a x + b x + c
--R +
--R      2 2 2      4      6 3
--R      (- 144a b c + 24a b c + 3b )x
--R +
--R      2 3      3 2      5 2      2 3      4 2
--R      (- 288a b c - 144a b c + 54b c)x + (- 576a b c + 144b c )x
--R +
--R      4      3 3
--R      - 384a b c + 96b c
--R *
--R      +----+
--R      \|- a
--R *

```

```

--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      2 2 3 5 2 2 4
--R      (192a b c + 96a b c - 36b )x + (768a b c - 192b c)x
--R      +
--R      3 3 2
--R      768a b c - 192b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      \|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 2 4 6 3
--R      (- 288a b c + 48a b c + 6b )x
--R      +
--R      2 3 3 2 5 2 2 3 4 2
--R      (- 576a b c - 288a b c + 108b c)x + (- 1152a b c + 288b c )x
--R      +
--R      4 3 3
--R      - 768a b c + 192b c
--R      *
--R      +-+
--R      \|a
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      2 3 2 2 4 2 3 3 2 4
--R      (128a c + 48a b c - 36b c)x + (512a b c - 192b c )x + 512a c
--R      +
--R      2 3
--R      - 192b c
--R      *

```

```

--R          +-----+
--R      +---+ +-+ | 2
--R      \|- a \|a \|a x + b x + c
--R      +
--R          2 2      3      5 3      2 3      2 2      4 2
--R      (- 192a b c + 56a b c + 6b )x + (- 384a c - 144a b c + 108b c)x
--R      +
--R          3      3 2      4      2 3
--R      (- 768a b c + 288b c )x - 512a c + 192b c
--R      *
--R      +---+ +-+ +-+
--R      \|- a \|a \|c
--R      /
--R          3      2 2 2      2      2 2 +---+ +-+ +-+
--R      ((384a c + 288a b )x + 1536a b c x + 1536a c )\|- a \|a \|c
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|a x + b x + c
--R      +
--R          3      2 3 3      3 2      2 2 2      2 2
--R      (- 576a b c - 48a b )x + (- 1152a c - 864a b c)x - 2304a b c x
--R      +
--R          2 3
--R      - 1536a c
--R      *
--R      +---+ +-+
--R      \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 60
cc4:=aa.2-bb2

```

```

--R
--R      (8)
--R          2 3      2 2      4 2      3      3 2      4
--R      (64a c + 24a b c - 18b c)x + (256a b c - 96b c )x + 256a c
--R      +
--R          2 3
--R      - 96b c
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|a x + b x + c
--R      +
--R          2 2      3      5 3      2 3      2 2      4 2

```

```

--R      3      3 2      4      2 3
--R      (- 96a b c + 28a b c + 3b )x + (- 192a c - 72a b c + 54b c)x
--R      +
--R      3      3 2      4      2 3
--R      (- 384a b c + 144b c )x - 256a c + 96b c
--R      *
--R      +-+
--R      \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      3      2 2 2      2      2 2 +-+ | 2
--R      ((192a c + 144a b )x + 768a b c x + 768a c )\|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 3 3      3 2      2 2 2      2 2      2 3
--R      (- 288a b c - 24a b )x + (- 576a c - 432a b c)x - 1152a b c x - 768a c
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 61      14:286 Schaums and Axiom differ by a constant
dd4:=ratDenom cc4

```

```

--R
--R      2 +-+
--R      (8a c - 3b )\|c
--R      (9) -----
--R      2
--R      24a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

8 [1]:14.287  $\int x^2 \sqrt{ax^2 + bx + c} dx$

$$\int x^2 \sqrt{ax^2 + bx + c} = \frac{6ax - 5b}{24a^2} (ax^2 + bx + c)^{3/2} + \frac{5b^2 - 4ac}{16a^2} \int \sqrt{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 62
aa:=integrate(x^2*sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R 
--R 
--R (1)
--R [
--R      3 3      2 3 2      5      7 3
--R      (1536a b c - 1920a b c - 96a b c + 120b )x
--R      +
--R      3 4      2 2 3      4 2      6 2
--R      (3072a c - 768a b c - 4800a b c + 1200b c)x
--R      +
--R      2 4      3 3      5 2      2 5      2 4
--R      (9216a b c - 13824a b c + 2880b c )x + 6144a c - 9216a b c
--R      +
--R      4 3
--R      1920b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      4 4      2 4 2      6      8 4
--R      (- 768a c + 1440a b c - 288a b c - 15b )x
--R      +
--R      3 4      2 3 3      5 2      7 3
--R      (- 6144a b c + 7680a b c + 384a b c - 480b c)x
--R      +
--R      3 5      2 2 4      4 3      6 2 2
--R      (- 6144a c + 1536a b c + 9600a b c - 2400b c )x
--R      +
--R      2 5      3 4      5 3      2 6      2 5
--R      (- 12288a b c + 18432a b c - 3840b c )x - 6144a c + 9216a b c
--R      +
--R      4 4
--R      - 1920b c
--R      *
--R      log

```

$$\begin{aligned}
& \frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} + 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} - 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \\
& + \frac{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c} \\
& + (-1536ac^5 - 2304abc^4 - 96a^3b^4)x^7 \\
& + (-12544a^4bc^2 - 3456a^3b^3c^2 - 16a^2b^5)x^6 \\
& + (-13056a^4c^3 - 18240a^3b^2c^2 - 80a^2b^4c + 20a^6b^5)x^5 \\
& + (-31104a^3b^3c^3 + 480a^2b^3c^2 + 24a^5b^7c - 30b^7)x^4 \\
& + (-18432a^3c^4 + 768a^2b^2c^3 + 2816a^4b^2c - 720b^6c)x^3 \\
& + (-7680a^2b^4c + 11520a^3b^3c - 2400b^5c^2)x^2 \\
& + (-6144a^2c^5 + 9216a^2b^4c - 1920b^4c^3)x \\
& * \sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (3072a^5bc + 768a^4b^3)x^8 + (6144a^5c + 11264a^4b^2c + 896a^3b^4)x^7 \\
& + (30208a^4b^2c + 9984a^3b^3c - 32a^2b^5)x^6 \\
& + (21504a^4c^3 + 31488a^3b^2c^2 - 320a^2b^4c + 80a^6b^5)x^5 \\
& + (3^3b^3c^3 + 2^3b^3c^2 + 5^5b^7c^4)x^4
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& (42624a^3 b^2 c - 4896a^2 b^3 c + 152a^4 b^2 c + 210b^6 c^3)x^3 \\
& + (21504a^3 c^4 - 2304a^2 b^2 c^3 - 6464a^4 b^2 c + 1680b^6 c^3)x^2 \\
& + (10752a^2 b^4 c - 16128a^3 b^3 c + 3360b^5 c^2)x \\
& + (6144a^2 c^5 - 9216a^2 b^4 c + 1920b^4 c^3)x \\
& * \sqrt{a} \sqrt{c} \\
& / \\
& (12288a^4 b^3 c + 3072a^3 b^3 c^2)x^4 + (24576a^4 c^2 + 30720a^3 b^2 c^2)x^3 \\
& + 73728a^3 b^2 c^2 x + 49152a^3 c^3 \\
& * \sqrt{a} \sqrt{c} \sqrt{a^2 x^2 + b^2 x + c} \\
& + (-6144a^5 c^2 - 9216a^4 b^2 c - 384a^3 b^4 c)x^5 \\
& + (-49152a^4 b^2 c - 12288a^3 b^3 c)x^4 + (-49152a^4 c^3 - 61440a^3 b^2 c^2)x^3 \\
& - 98304a^3 b^3 c^2 x - 49152a^3 c^4 \\
& * \sqrt{a} \\
& , \\
& (-1536a^3 b^3 c + 1920a^2 b^3 c^2 + 96a^5 b^3 c - 120b^7 c^3)x^5 \\
& + (-3072a^3 c^4 + 768a^2 b^2 c^3 + 4800a^4 b^2 c - 1200b^6 c^2)x^4 \\
& + (-9216a^2 b^4 c + 13824a^3 b^3 c - 2880b^5 c^2)x^3 - 6144a^2 c^5
\end{aligned}$$

```

--R          2 4      4 3
--R      9216a b c - 1920b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      4 4      2 4 2      6      8 4
--R      (768a c - 1440a b c + 288a b c + 15b )x
--R      +
--R      3 4      2 3 3      5 2      7 3
--R      (6144a b c - 7680a b c - 384a b c + 480b c)x
--R      +
--R      3 5      2 2 4      4 3      6 2 2
--R      (6144a c - 1536a b c - 9600a b c + 2400b c )x
--R      +
--R      2 5      3 4      5 3      2 6      2 5
--R      (12288a b c - 18432a b c + 3840b c )x + 6144a c - 9216a b c
--R      +
--R      4 4
--R      1920b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +---+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      5 2      4 2      3 4 7
--R      (- 768a c - 1152a b c - 48a b )x
--R      +
--R      4 2      3 3      2 5 6
--R      (- 6272a b c - 1728a b c - 8a b )x
--R      +
--R      4 3      3 2 2      2 4      6 5
--R      (- 6528a c - 9120a b c - 40a b c + 10a b )x
--R      +
--R      3 3      2 3 2      5      7 4
--R      (- 15552a b c + 240a b c + 12a b c - 15b )x
--R      +
--R      3 4      2 2 3      4 2      6 3
--R      (- 9216a c + 384a b c + 1408a b c - 360b c)x
--R      +
--R      2 4      3 3      5 2 2
--R      (- 3840a b c + 5760a b c - 1200b c )x
--R      +

```

$$\begin{aligned}
& (-3072a^2c^5 + 4608a^2bc^4 - 960b^2c^3)x \\
& * \sqrt{-a} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (1536a^5bc^2 + 384a^4b^3c^8)x^8 + (3072a^5c^2 + 5632a^4b^2c^2 + 448a^3b^4c^7)x^7 \\
& + (15104a^4b^2c^2 + 4992a^3b^3c^3 - 16a^2b^5c^6)x^6 \\
& + (10752a^4c^3 + 15744a^3b^2c^2 - 160a^2b^4c^4 + 40a^6b^5)x^5 \\
& + (21312a^3b^3c^3 - 2448a^2b^3c^2 + 76a^5b^7c^4 + 105b^7)x^4 \\
& + (10752a^3c^4 - 1152a^2b^2c^3 - 3232a^4b^2c^2 + 840b^6c^3)x^3 \\
& + (5376a^2b^4c^2 - 8064a^3b^3c^3 + 1680b^5c^2)x^2 \\
& + (3072a^2c^5 - 4608a^2bc^4 + 960b^2c^3)x \\
& * \sqrt{-a} \sqrt{c} \\
& / (6144a^4bc^3 + 1536a^3b^3c^3)x^3 + (12288a^4c^2 + 15360a^3b^2c^2)x^2 \\
& + 36864a^3b^2c^2x + 24576a^3c^3 \\
& * \sqrt{-a} \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (-3072a^5c^2 - 4608a^4b^2c^2 - 192a^3b^4c^4)x^4 \\
& + (-24576a^4b^2c^2 - 6144a^3b^3c^3)x^3 + (-24576a^4c^3 - 30720a^3b^2c^2)x^2
\end{aligned}$$

```

--R      +
--R      3 3      3 4
--R      - 49152a b c x - 24576a c
--R      *
--R      +----+
--R      \|- a
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 63
t1:=integrate(sqrt(a*x^2+b*x+c),x)

```

```

--R
--R      (2)
--R      [
--R
--R
--R
--R
--R      +-----+
--R      3      2      2      +-+ | 2
--R      ((16a b c - 4b )x + 32a c - 8b c)\|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      4 2      2      3      3      2 2
--R      (- 16a c + b )x + (- 32a b c + 8b c)x - 32a c + 8b c
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      2      2 3      3 2      2      2      +-+
--R      ((- 16a c - 4a b )x + (- 40a b c - 2b )x + (- 32a c - 8b c)x)\|a
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      2      4      2      2 3      3 2
--R      16a b x + (32a c + 24a b )x + (56a b c + 6b )x
--R      +
--R      2      2
--R      (32a c + 8b c)x

```

```

--R      *
--R      +-+ +-+
--R      \|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      (32a b x + 64a c)\|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2      2      2      +-+
--R      ((- 32a c - 8a b )x - 64a b c x - 64a c )\|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      3      2      2      +-+ | 2
--R      ((16a b c - 4b )x + 32a c - 8b c)\|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2      2      4      2      2      3      3      2      2
--R      (- 16a c + b )x + (- 32a b c + 8b c)x - 32a c + 8b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +----+ | 2      +----+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      2      2      3      3      2      2      2      +-+
--R      ((- 8a c - 2a b )x + (- 20a b c - b )x + (- 16a c - 4b c)x)\|- a
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      2      4      2      2      3      3      2      2      2
--R      (8a b x + (16a c + 12a b )x + (28a b c + 3b )x + (16a c + 4b c)x)
--R      *
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +----+ +-+ | 2
--R      (16a b x + 32a c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2      2      2      2      +-+
--R      ((- 16a c - 4a b )x - 32a b c x - 32a c )\|- a
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)

```

--E

--S 64

bb1:=(6\*a\*x-5\*b)/(24\*a^2)\*(a\*x^2+b\*x+c)^(3/2)+(5\*b^2-4\*a\*c)/(16\*a^2)\*t1.1

--R

(3)

$$\begin{aligned} & ((-192a^2bc^2 + 288a^3bc - 60b^5)x^3 - 384a^2c^3 + 576a^2bc^2 - 120b^4c) \\ & * \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\ & + (192a^3c^3 - 240a^2b^2c^2 - 12a^4bc^4 + 15b^6c^2)x^6 \\ & + (384a^2bc^3 - 576a^3bc^2 + 120b^5c)x^5 + 384a^2c^4 - 576a^2bc^3 + 120b^4c^2 \\ & * \log \left( \frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \right) \\ & + 2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c \\ & + (-384a^4c^3 - 96a^3b^2c^5)x^5 + (-832a^3bc^3 - 16a^2b^3c^4)x^4 \\ & + (-960a^3c^2 - 96a^2b^2c^2 + 20a^4b^3)x^3 + (-96a^2bc^2 + 144a^3bc^3 - 30b^5c^2)x^2 \\ & + (-384a^2c^3 + 896a^2bc^2 - 120b^4c)x + 640a^3bc^3 \\ & * \sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} \\ & + 384a^4bx^6 + (768a^4c + 448a^3b^2c^5)x^5 + (1472a^3bc^3 - 16a^2b^3c^4)x^4 \end{aligned}$$

```

--R      +
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (1152a c - 192a b c + 40a b )x + (- 32a b c - 512a b c + 90b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4      3
--R      (384a c - 1216a b c + 120b c)x - 640a b c
--R      *
--R      +-+ +-+
--R      \|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      3      3      +-+ +-+ | 2
--R      (1536a b x + 3072a c)\|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      4      3 2 2      3      3 2 +-+
--R      ((- 1536a c - 384a b )x - 3072a b c x - 3072a c )\|a
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 65

bb2:=(6\*a\*x-5\*b)/(24\*a^2)\*(a\*x^2+b\*x+c)^(3/2)+(5\*b^2-4\*a\*c)/(16\*a^2)\*t1.2

```

--R
--R      (4)
--R      2 2      3      5      2 3      2 2      4
--R      ((- 192a b c + 288a b c - 60b )x - 384a c + 576a b c - 120b c)
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      3 3      2 2 2      4      6 2
--R      (192a c - 240a b c - 12a b c + 15b )x
--R      +
--R      2 3      3 2      5      2 4      2 3      4 2
--R      (384a b c - 576a b c + 120b c)x + 384a c - 576a b c + 120b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      4      3 2 5      3      2 3 4
--R      (- 192a c - 48a b )x + (- 416a b c - 8a b )x
--R      +
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2

```

```

--R      3      2      4      3
--R      (- 480a c - 48a b c + 10a b )x + (- 48a b c + 72a b c - 15b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4      3
--R      (- 192a c + 448a b c - 60b c)x + 320a b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +----+ | 2
--R      \|- a \|a x + b x + c
--R      +
--R      4 6      4      3 2 5      3      2 3 4
--R      192a b x + (384a c + 224a b )x + (736a b c - 8a b )x
--R      +
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (576a c - 96a b c + 20a b )x + (- 16a b c - 256a b c + 45b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4      3
--R      (192a c - 608a b c + 60b c)x - 320a b c
--R      *
--R      +----+ +--+
--R      \|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      3      3      +----+ +--+ | 2
--R      (768a b x + 1536a c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      4      3 2 2      3      3 2 +----+
--R      ((- 768a c - 192a b )x - 1536a b c x - 1536a c )\|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 66
cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R      (5)
--R      4 4      3 3 3      2 5 2      7      9 5
--R      (9216a b c - 6144a b c - 8064a b c + 1536a b c + 180b )x
--R      +
--R      4 5      3 2 4      2 4 3      8 4
--R      (18432a c + 36864a b c - 77568a b c + 4200b c)x
--R      +
--R      3 5      2 3 4      5 3      7 2 3
--R      (147456a b c - 135168a b c - 82944a b c + 26880b c )x
--R      +
--R      3 6      2 2 5      4 4      6 3 2
--R      (98304a c + 73728a b c - 301056a b c + 69120b c )x
--R      +

```



```

--R          2 6          3 5          5 4          2 7
--R      (245760a b c - 368640a b c + 76800b c )x + 98304a c
--R      +
--R          2 6          4 5
--R      - 147456a b c + 30720b c
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R          5 5          4 2 4          3 4 3          2 6 2          8
--R      - 3072a c - 6912a b c + 13440a b c + 672a b c - 828a b c
--R      +
--R          10
--R      - 15b
--R      *
--R          6
--R      x
--R      +
--R          4 5          3 3 4          2 5 3          7 2          9 5
--R      (- 55296a b c + 36864a b c + 48384a b c - 9216a b c - 1080b c)x
--R      +
--R          4 6          3 2 5          2 4 4          8 2 4
--R      (- 55296a c - 110592a b c + 232704a b c - 12600b c )x
--R      +
--R          3 6          2 3 5          5 4          7 3 3
--R      (- 294912a b c + 270336a b c + 165888a b c - 53760b c )x
--R      +
--R          3 7          2 2 6          4 5          6 4 2
--R      (- 147456a c - 110592a b c + 451584a b c - 103680b c )x
--R      +
--R          2 7          3 6          5 5          2 8
--R      (- 294912a b c + 442368a b c - 92160b c )x - 98304a c
--R      +
--R          2 7          4 6
--R      147456a b c - 30720b c
--R      *
--R      log
--R          +-----+
--R          +-+ +-+ | 2 +-+
--R          (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R      +
--R          2 +-+
--R          (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+

```

```

--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      +
--R      4 4      3 3 3      2 5 2      7      9 5
--R      (9216a b c - 6144a b c - 8064a b c + 1536a b c + 180b )x
--R
--R      +
--R      4 5      3 2 4      2 4 3      8 4
--R      (18432a c + 36864a b c - 77568a b c + 4200b c)x
--R
--R      +
--R      3 5      2 3 4      5 3      7 2 3
--R      (147456a b c - 135168a b c - 82944a b c + 26880b c )x
--R
--R      +
--R      3 6      2 2 5      4 4      6 3 2
--R      (98304a c + 73728a b c - 301056a b c + 69120b c )x
--R
--R      +
--R      2 6      3 5      5 4      2 7
--R      (245760a b c - 368640a b c + 76800b c )x + 98304a c
--R
--R      +
--R      2 6      4 5
--R      - 147456a b c + 30720b c
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      5 5      4 2 4      3 4 3      2 6 2      8
--R      - 3072a c - 6912a b c + 13440a b c + 672a b c - 828a b c
--R
--R      +
--R      10
--R      - 15b
--R
--R      *
--R      6
--R      x
--R
--R      +
--R      4 5      3 3 4      2 5 3      7 2      9 5
--R      (- 55296a b c + 36864a b c + 48384a b c - 9216a b c - 1080b c)x
--R
--R      +
--R      4 6      3 2 5      2 4 4      8 2 4
--R      (- 55296a c - 110592a b c + 232704a b c - 12600b c )x
--R
--R      +
--R      3 6      2 3 5      5 4      7 3 3
--R      (- 294912a b c + 270336a b c + 165888a b c - 53760b c )x
--R
--R      +
--R      3 7      2 2 6      4 5      6 4 2
--R      (- 147456a c - 110592a b c + 451584a b c - 103680b c )x
--R
--R      +

```

$$\begin{aligned}
& (-294912a^2 b^7 c^3 + 442368a^3 b^6 c^5 - 92160b^5 c^2)x^8 - 98304a^2 c^2 \\
& + 147456a^2 b^7 c^4 - 30720b^4 c^6 \\
& * \log \left( \frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \right) \\
& + \frac{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{(-15360a^3 b^2 c^4 - 12800a^2 b^4 c^3 - 960a^6 b^2 c^5)x^5} \\
& + (-30720a^3 b^3 c^5 - 107520a^2 b^3 c^4 - 22400a^5 b^3 c^4)x^4 \\
& + (-245760a^2 b^2 c^5 - 143360a^4 b^4 c^3)x^3 + (-163840a^2 b^6 c^2 - 368640a^3 b^5 c^2)x^2 \\
& - 409600a^2 b^6 c^2 x - 163840a^7 b^6 c^2 \\
& * \sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (5120a^4 b^4 c^4 + 19200a^3 b^3 c^3 + 4800a^2 b^5 c^2 + 80a^7 b^6 c)x^4 \\
& + (92160a^3 b^2 c^4 + 76800a^2 b^4 c^3 + 5760a^6 b^2 c^5)x^3 \\
& + (92160a^3 b^5 c^3 + 322560a^2 b^3 c^4 + 67200a^5 b^3 c^4)x^2 \\
& + (491520a^2 b^2 c^5 + 286720a^4 b^4 c^3)x + (245760a^2 b^6 c^2 + 552960a^3 b^5 c^2)x
\end{aligned}$$

```

--R          2 6          7
--R      491520a b c x + 163840a b c
--R      *
--R      +-+ +-+
--R      \|a \|c
--R      /
--R          5 2          4 3          3 5 5
--R      (73728a b c + 61440a b c + 4608a b )x
--R      +
--R          5 3          4 2 2          3 4 4
--R      (147456a c + 516096a b c + 107520a b c)x
--R      +
--R          4 3          3 3 2 3          4 4          3 2 3 2
--R      (1179648a b c + 688128a b c )x + (786432a c + 1769472a b c )x
--R      +
--R          3 4          3 5
--R      1966080a b c x + 786432a c
--R      *
--R          +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      \|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R          6 3          5 2 2          4 4          3 6 6
--R      (- 24576a c - 92160a b c - 23040a b c - 384a b )x
--R      +
--R          5 3          4 3 2          3 5 5
--R      (- 442368a b c - 368640a b c - 27648a b c)x
--R      +
--R          5 4          4 2 3          3 4 2 4
--R      (- 442368a c - 1548288a b c - 322560a b c )x
--R      +
--R          4 4          3 3 3 3
--R      (- 2359296a b c - 1376256a b c )x
--R      +
--R          4 5          3 2 4 2          3 5          3 6
--R      (- 1179648a c - 2654208a b c )x - 2359296a b c x - 786432a c
--R      *
--R      +-+
--R      \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 67
cc2:=aa.2-bb1
--R
--R      (6)

```

$$\begin{aligned}
& (9216a^4 b^4 c^4 - 6144a^3 b^3 c^3 - 8064a^2 b^5 c^2 + 1536a^7 b^7 c + 180b^9 c^5)x \\
& + (18432a^4 b^5 c^5 + 36864a^3 b^2 c^4 - 77568a^2 b^4 c^3 + 4200b^8 c^4)x \\
& + (147456a^3 b^5 c^5 - 135168a^2 b^3 c^4 - 82944a^5 b^3 c^3 + 26880b^7 c^2 c^3)x \\
& + (98304a^3 b^6 c^6 + 73728a^2 b^2 c^5 - 301056a^4 b^4 c^4 + 69120b^6 c^3 c^2)x \\
& + (245760a^2 b^6 c^6 - 368640a^3 b^5 c^5 + 76800b^5 c^4 c^2 7)x + 98304a^2 c^7 \\
& - 147456a^2 b^6 c^6 + 30720b^4 c^5 \\
& * \sqrt{-a} \sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} \\
& + (-3072a^5 c^5 - 6912a^4 b^2 c^4 + 13440a^3 b^4 c^3 + 672a^2 b^6 c^2 - 828a^8 b^8 c^8) \\
& - 15b^{10} \\
& * x^6 \\
& + (-55296a^4 b^5 c^5 + 36864a^3 b^3 c^4 + 48384a^2 b^5 c^3 - 9216a^7 b^2 c^7) \\
& - 1080b^9 c^9 \\
& * x^5 \\
& + (-55296a^4 b^6 c^6 - 110592a^3 b^2 c^5 + 232704a^2 b^4 c^4 - 12600b^8 c^2 c^4)x \\
& + (-294912a^3 b^6 c^6 + 270336a^2 b^3 c^5 + 165888a^5 b^4 c^4 - 53760b^7 c^3 c^3)x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-147456a^3c^7 - 110592a^2b^2c^6 + 451584a^4b^5c^4 - 103680b^6c^4)x^2 \\
& + (-294912a^2b^7c + 442368a^3b^6c^5 - 92160b^5c^5)x^2 - 98304a^2c^8 \\
& + 147456a^2b^7c - 30720b^4c^6 \\
& * \sqrt{-a} \\
& * \log \left( \frac{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \right) \\
& / \left( 2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c \right) \\
& + (-18432a^4b^4c^4 + 12288a^3b^3c^3 + 16128a^2b^5c^2 - 3072a^7b^7c - 360b^9)x^5 \\
& + (-36864a^4b^5c^5 - 73728a^3b^2c^4 + 155136a^2b^4c^3 - 8400b^8c^4)x^4 \\
& + (-294912a^3b^5c^5 + 270336a^2b^3c^4 + 165888a^5b^3c^3 - 53760b^7c^2)x^3 \\
& + (-196608a^3b^6c^6 - 147456a^2b^2c^5 + 602112a^4b^4c^4 - 138240b^6c^3)x^2 \\
& + (-491520a^2b^6c^6 + 737280a^3b^5c^5 - 153600b^5c^4)x^2 - 196608a^2c^7 \\
& + 294912a^2b^6c^6 - 61440b^4c^5 \\
& * \sqrt{a}\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c}
\end{aligned}$$

```

--R          5 5          4 2 4          3 4 3          2 6 2          8
--R      6144a c + 13824a b c - 26880a b c - 1344a b c + 1656a b c
--R      +
--R          10
--R      30b
--R      *
--R          6
--R      x
--R      +
--R          4 5          3 3 4          2 5 3          7 2
--R      110592a b c - 73728a b c - 96768a b c + 18432a b c
--R      +
--R          9
--R      2160b c
--R      *
--R          5
--R      x
--R      +
--R          4 6          3 2 5          2 4 4          8 2 4
--R      (110592a c + 221184a b c - 465408a b c + 25200b c )x
--R      +
--R          3 6          2 3 5          5 4          7 3 3
--R      (589824a b c - 540672a b c - 331776a b c + 107520b c )x
--R      +
--R          3 7          2 2 6          4 5          6 4 2
--R      (294912a c + 221184a b c - 903168a b c + 207360b c )x
--R      +
--R          2 7          3 6          5 5          2 8
--R      (589824a b c - 884736a b c + 184320b c )x + 196608a c
--R      +
--R          2 7          4 6
--R      - 294912a b c + 61440b c
--R      *
--R      +-+
--R      \|a
--R      *
--R          +-----+
--R          +---+ | 2          +---+ +-+
--R          \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R                                  a x
--R      +
--R          3 2 4          2 4 3          6 2 5
--R      (- 15360a b c - 12800a b c - 960a b c )x
--R      +
--R          3 5          2 3 4          5 3 4

```

$$\begin{aligned}
& (-30720abc^2 - 107520a^2bc - 22400a^3b^2c)x \\
& + (-245760a^2b^2c^5 - 143360a^4b^4c^3)x^2 + (-163840a^2b^6c^2 - 368640a^3b^5c^2)x^3 \\
& - 409600a^2b^6c^2x^6 - 163840a^7b^7c^2 \\
& * \sqrt{-a\sqrt{a}\sqrt{ax^2+bx+c}} \\
& + (5120a^4b^4c^4 + 19200a^3b^3c^3 + 4800a^2b^2c^2 + 80a^7b^6c)x^4 \\
& + (92160a^3b^2c^4 + 76800a^2b^4c^3 + 5760a^6b^2c^5)x^3 \\
& + (92160a^3b^5c^2 + 322560a^2b^3c^4 + 67200a^5b^3c^4)x^2 \\
& + (491520a^2b^2c^5 + 286720a^4b^4c^3)x + (245760a^2b^6c^2 + 552960a^3b^5c^2)x^2 \\
& + 491520a^2b^6c^2x^6 + 163840a^7b^7c^2 \\
& * \sqrt{-a\sqrt{a}\sqrt{c}} \\
& / (73728a^5b^2c^2 + 61440a^4b^3c^3 + 4608a^3b^5c^5)x^5 \\
& + (147456a^5b^3c^3 + 516096a^4b^2c^2 + 107520a^3b^4c^4)x^3 \\
& + (1179648a^4b^3c^3 + 688128a^3b^3c^2c^3 + 786432a^4b^4c^4 + 1769472a^3b^2c^3c^2)x^4 \\
& + 1966080a^3b^4c^4x^3 + 786432a^3b^5c^5 \\
& * \sqrt{-a\sqrt{a}\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c}}
\end{aligned}$$



```

--R          6 3          5 2 2          4 4          3 6 6
--R      (- 24576a c - 92160a b c - 23040a b c - 384a b )x
--R      +
--R          5 3          4 3 2          3 5 5
--R      (- 442368a b c - 368640a b c - 27648a b c)x
--R      +
--R          5 4          4 2 3          3 4 2 4
--R      (- 442368a c - 1548288a b c - 322560a b c )x
--R      +
--R          4 4          3 3 3 3
--R      (- 2359296a b c - 1376256a b c )x
--R      +
--R          4 5          3 2 4 2          3 5          3 6
--R      (- 1179648a c - 2654208a b c )x - 2359296a b c x - 786432a c
--R      *
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 68
cc3:=aa.1-bb2

```

```

--R
--R      (7)
--R          4 4          3 3 3          2 5 2          7          9 5
--R      (9216a b c - 6144a b c - 8064a b c + 1536a b c + 180b )x
--R      +
--R          4 5          3 2 4          2 4 3          8 4
--R      (18432a c + 36864a b c - 77568a b c + 4200b c)x
--R      +
--R          3 5          2 3 4          5 3          7 2 3
--R      (147456a b c - 135168a b c - 82944a b c + 26880b c )x
--R      +
--R          3 6          2 2 5          4 4          6 3 2
--R      (98304a c + 73728a b c - 301056a b c + 69120b c )x
--R      +
--R          2 6          3 5          5 4          2 7
--R      (245760a b c - 368640a b c + 76800b c )x + 98304a c
--R      +
--R          2 6          4 5
--R      - 147456a b c + 30720b c
--R      *
--R          +-----+
--R      +----+ +-+ | 2
--R      \|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +

```

```

--R          5 5      4 2 4      3 4 3      2 6 2      8
--R      - 3072a c - 6912a b c + 13440a b c + 672a b c - 828a b c
--R      +
--R          10
--R      - 15b
--R      *
--R          6
--R      x
--R      +
--R          4 5      3 3 4      2 5 3      7 2
--R      - 55296a b c + 36864a b c + 48384a b c - 9216a b c
--R      +
--R          9
--R      - 1080b c
--R      *
--R          5
--R      x
--R      +
--R          4 6      3 2 5      2 4 4      8 2 4
--R      (- 55296a c - 110592a b c + 232704a b c - 12600b c )x
--R      +
--R          3 6      2 3 5      5 4      7 3 3
--R      (- 294912a b c + 270336a b c + 165888a b c - 53760b c )x
--R      +
--R          3 7      2 2 6      4 5      6 4 2
--R      (- 147456a c - 110592a b c + 451584a b c - 103680b c )x
--R      +
--R          2 7      3 6      5 5      2 8
--R      (- 294912a b c + 442368a b c - 92160b c )x - 98304a c
--R      +
--R          2 7      4 6
--R      147456a b c - 30720b c
--R      *
--R      +----+
--R      \|- a
--R      *
--R      log
--R          +-----+
--R          +-+ +-+ | 2 +-+
--R          (2\|a \|c + 2a x)\|a x + b x + c - 2a x\|c
--R      +
--R          2 +-+
--R          (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+
--R          +-+ | 2

```

$$\begin{aligned}
& 2\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} - bx - 2c \\
& + (18432a^4bc^4 - 12288a^3b^3c^3 - 16128a^2b^5c^2 + 3072a^7bc^7 + 360b^9c^5)x^5 \\
& + (36864a^4c^5 + 73728a^3b^2c^4 - 155136a^2b^4c^3 + 8400b^8c^4)x^4 \\
& + (294912a^3b^5c^5 - 270336a^2b^3c^4 - 165888a^5b^3c^3 + 53760b^7c^2)x^3 \\
& + (196608a^3b^6c^6 + 147456a^2b^2c^5 - 602112a^4b^4c^4 + 138240b^6c^3)x^2 \\
& + (491520a^2b^6c^6 - 737280a^3b^5c^5 + 153600b^5c^4)x + 196608a^2c^7 \\
& - 294912a^2b^6c^6 + 61440b^4c^5 \\
& * \sqrt{a}\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} \\
& + (-6144a^5c^5 - 13824a^4b^2c^4 + 26880a^3b^4c^3 + 1344a^2b^6c^2 \\
& - 1656a^8b^8c^10 - 30b^8)x^6 \\
& + (-110592a^4b^5c^5 + 73728a^3b^3c^4 + 96768a^2b^5c^3 - 18432a^7b^7c^2 \\
& - 2160b^9c^9)x^5 \\
& + (-110592a^4b^6c^6 - 221184a^3b^2c^5 + 465408a^2b^4c^4 - 25200b^8c^4)x^4 \\
& + (3b^6c^6 - 2b^3c^5 + 5b^5c^4 - 7b^3c^3)x^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-589824abc^2 + 540672a^2bc + 331776a^3c - 107520b^2c^2)x^3 \\
& + (-294912a^3c^2 - 221184a^2b^2c + 903168a^4bc - 207360b^4c^2)x^2 \\
& + (-589824a^2b^2c^2 + 884736a^3b^2c - 184320b^5c^2)x - 196608a^2c^2 \\
& + 294912a^2b^2c^2 - 61440b^4c^2 \\
& * \sqrt{a} \\
& * \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{-a}\sqrt{ax^2+bx+c} - \sqrt{-a}\sqrt{c}}{ax}\right) \\
& + (-15360a^3b^2c^2 - 12800a^2b^4c^3 - 960a^6b^2c^5)x^3 \\
& + (-30720a^3b^3c^5 - 107520a^2b^3c^4 - 22400a^5b^3c^4)x^2 \\
& + (-245760a^2b^2c^5 - 143360a^4b^4c^3)x + (-163840a^2b^6c^2 - 368640a^3b^5c^2)x \\
& - 409600a^2b^6c^2x - 163840a^7b^2c^2 \\
& * \sqrt{-a}\sqrt{a}\sqrt{ax^2+bx+c} \\
& + (5120a^4b^4c^4 + 19200a^3b^3c^3 + 4800a^2b^5c^2 + 80a^7b^6c)x^4 \\
& + (92160a^3b^2c^4 + 76800a^2b^4c^3 + 5760a^6b^2c^5)x^3 \\
& + (92160a^3b^5c^2 + 322560a^2b^3c^4 + 67200a^5b^3c^4)x^2 \\
& + 294912a^2b^2c^5 - 143360a^4b^4c^3 - 163840a^2b^6c^2 - 368640a^3b^5c^2
\end{aligned}$$

```

--R      (491520a b c + 286720a b c )x + (245760a b c + 552960a b c )x
--R      +
--R      2 6      7
--R      491520a b c x + 163840a b c
--R      *
--R      +----+ +-+ +-+
--R      \|- a \|a \|c
--R      /
--R      5 2      4 3      3 5 5
--R      (73728a b c + 61440a b c + 4608a b )x
--R      +
--R      5 3      4 2 2      3 4 4
--R      (147456a c + 516096a b c + 107520a b c)x
--R      +
--R      4 3      3 3 2 3      4 4      3 2 3 2
--R      (1179648a b c + 688128a b c )x + (786432a c + 1769472a b c )x
--R      +
--R      3 4      3 5
--R      1966080a b c x + 786432a c
--R      *
--R      +-----+
--R      +----+ +-+ +-+ | 2
--R      \|- a \|a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      6 3      5 2 2      4 4      3 6 6
--R      (- 24576a c - 92160a b c - 23040a b c - 384a b )x
--R      +
--R      5 3      4 3 2      3 5 5
--R      (- 442368a b c - 368640a b c - 27648a b c)x
--R      +
--R      5 4      4 2 3      3 4 2 4
--R      (- 442368a c - 1548288a b c - 322560a b c )x
--R      +
--R      4 4      3 3 3 3
--R      (- 2359296a b c - 1376256a b c )x
--R      +
--R      4 5      3 2 4 2      3 5      3 6
--R      (- 1179648a c - 2654208a b c )x - 2359296a b c x - 786432a c
--R      *
--R      +----+ +-+
--R      \|- a \|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 69
cc4:=aa.2-bb2

```

```

--R
--R (8)
--R      2 2 4      4 3      6 2 5
--R      (- 960a b c - 800a b c - 60b c )x
--R      +
--R      2 5      3 4      5 3 4
--R      (- 1920a b c - 6720a b c - 1400b c )x
--R      +
--R      2 5      4 4 3      6      3 5 2
--R      (- 15360a b c - 8960b c )x + (- 10240a b c - 23040b c )x
--R      +
--R      2 6      7
--R      - 25600b c x - 10240b c
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      3 4      2 3 3      5 2      7 6
--R      (320a b c + 1200a b c + 300a b c + 5b c)x
--R      +
--R      2 2 4      4 3      6 2 5
--R      (5760a b c + 4800a b c + 360b c )x
--R      +
--R      2 5      3 4      5 3 4      2 5      4 4 3
--R      (5760a b c + 20160a b c + 4200b c )x + (30720a b c + 17920b c )x
--R      +
--R      6      3 5 2      2 6      7
--R      (15360a b c + 34560b c )x + 30720b c x + 10240b c
--R      *
--R      +-+
--R      \|c
--R      /
--R      4 2      3 3      2 5 5
--R      (4608a b c + 3840a b c + 288a b )x
--R      +
--R      4 3      3 2 2      2 4 4
--R      (9216a c + 32256a b c + 6720a b c)x
--R      +
--R      3 3      2 3 2 3      3 4      2 2 3 2
--R      (73728a b c + 43008a b c )x + (49152a c + 110592a b c )x
--R      +
--R      2 4      2 5
--R      122880a b c x + 49152a c
--R      *
--R      +-----+

```

```

--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      5 3      4 2 2      3 4      2 6 6
--R      (- 1536a c - 5760a b c - 1440a b c - 24a b )x
--R      +
--R      4 3      3 3 2      2 5 5
--R      (- 27648a b c - 23040a b c - 1728a b c)x
--R      +
--R      4 4      3 2 3      2 4 2 4
--R      (- 27648a c - 96768a b c - 20160a b c )x
--R      +
--R      3 4      2 3 3 3      3 5      2 2 4 2
--R      (- 147456a b c - 86016a b c )x + (- 73728a c - 165888a b c )x
--R      +
--R      2 5      2 6
--R      - 147456a b c x - 49152a c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 70      14:287 Schaums and Axiom differ by a constant
dd4:=ratDenom cc4

```

```

--R
--R      +-+
--R      5b c\|c
--R      (9) - -----
--R      2
--R      24a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

9 [1]:14.288  $\int \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x} dx$

$$\int \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x} = \sqrt{ax^2 + bx + c} + \frac{b}{2} \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} + c \int \frac{1}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

(\*)+=

)clear all

--S 71

aa:=integrate(sqrt(a\*x^2+b\*x+c)/x,x)

--R

--R

--R (1)

--R [

--R

--R

--R

--R \*

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R +

--R

--R

--R

--R \*

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R



```

--R      (4b c x + 8c )\|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      2 +-+
--R      ((- 4a c - b )x - 8b c x - 8c )\|c
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ +-+
--R      - 2b x\|a \|a x + b x + c + (4a x + 2b x)\|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      4\|a \|c \|a x + b x + c + (- 2b x - 4c)\|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +-+
--R      (2c\|- a \|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|- a \|c )
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      +-+
--R      2x\|c
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (2b\|c \|a x + b x + c - b x - 2b c)
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2      +---+
--R      \|- a \|c \|a x + b x + c - c\|- a
--R      atan(-----)
--R      +-+
--R      a x\|c
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      2      +---+ +-+
--R      - b x\|- a \|a x + b x + c + (2a x + b x)\|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2      +---+
--R      2\|- a \|c \|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|- a
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 72
t1:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R (2)
--R [
--R   log
--R                                     +-----+
--R           +-+ +-+ | 2 +-+
--R       (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R   +
--R           2 +-+
--R       (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R /
--R           +-----+
--R       +-+ | 2
--R       2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R /
--R   +-+
--R   \|a
--R ,
--R           +-----+
--R       +---+ | 2 +---+ +-+
--R       \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R 2atan(-----)
--R                                     a x
--R -----]
--R           +---+
--R           \|- a
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 73
t2:=integrate(1/(x*sqrt(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R           +-----+
--R       +-+ | 2
--R       2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R   log(-----)
--R                                     x
--R (3) -----
--R           +-+
--R           \|c
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```



```

--R      +-+      \|- a \|a x  + b x + c  - \|- a \|c
--R      b\|c atan(-----)
--R                                  a x
--R  +
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ |  2
--R      \|- a \|c \|a x  + b x + c
--R  /
--R      +---+ +-+
--R      \|- a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 76
cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R  (6)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      +-+  2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      - 2c\|a log(-----)
--R                                  x
--R  +
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      +-+  2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      2c\|a log(-----)
--R                                  +-+
--R                                  2x\|c
--R  +
--R  -
--R      +-+
--R      b\|c
--R  *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ |  2
--R      (2\|a \|c  - 2a x)\|a x  + b x + c  + 2a x\|c
--R  +
--R      2
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R  /
--R      +-----+
--R      +-+ |  2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R  +

```

```

--R      +-+
--R      b\|c
--R      *
--R      log
--R      2      +-+      2      2      +-+
--R      ((- 2a b x - 8a c x)\|c + (4a c x + 4b c x + 8c )\|a )
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R      +
--R      3      2 2      2 +-+ +-+      2 3
--R      (- 2a b x + (- 8a c - b )x - 8b c x - 8c )\|a \|c + 4a c x
--R      +
--R      2      2
--R      6a b c x + 8a c x
--R      /
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      (4b c x + 8c )\|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      2 +-+
--R      ((- 4a c - b )x - 8b c x - 8c )\|c
--R      +
--R      +-+
--R      2c\|a
--R      /
--R      +-+ +-+
--R      2\|a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 77
cc2:=aa.2-bb1

```

```

--R      (7)
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      +----+ +-+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      - 2c\|- a \|a log(-----)
--R      x
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      +----+ +-+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      2c\|- a \|a log(-----)

```



```

--R
--R      2x\|c
--R +
--R      +----+ +--+
--R      b\|- a \|c
--R *
--R      log
--R      2      +--+      2      2      +--+
--R      ((- 2a b x - 8a c x)\|c + (4a c x + 4b c x + 8c )\|a )
--R *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|a x + b x + c
--R +
--R      3      2 2      2 +--+ +--+      2 3
--R      (- 2a b x + (- 8a c - b )x - 8b c x - 8c )\|a \|c + 4a c x
--R +
--R      2      2
--R      6a b c x + 8a c x
--R /
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      (4b c x + 8c )\|a x + b x + c
--R +
--R      2 2      2 +--+
--R      ((- 4a c - b )x - 8b c x - 8c )\|c
--R +
--R      +-----+
--R      +----+ | 2      +----+ +--+
--R      +--+ +--+ \| - a \|a x + b x + c - \| - a \|c      +----+ +--+
--R      - 2b\|a \|c atan(-----) + 2c\|- a \|a
--R                          a x
--R /
--R      +----+ +--+ +--+
--R      2\|- a \|a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 79
cc4:=aa.2-bb2

```

```

--R (9)
--R      +-----+
--R      +--+ | 2
--R      +----+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      - c\|- a log(-----)
--R                          x

```

```

--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      +---+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      c\|- a log(-----)
--R      +-+
--R      2x\|c
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2 +-+
--R      +-+ \|- a \|c \|a x + b x + c - c\|- a
--R      b\|c atan(-----)
--R      +-+
--R      a x\|c
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +-+ +-+
--R      +-+ \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c +-+
--R      - b\|c atan(-----) + c\|- a
--R      a x
--R      /
--R      +---+ +-+
--R      \|- a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 80
dd4:=ratDenom cc4
--R
--R      (10)
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      +---+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      - \|c log(-----)
--R      x
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2 +-+
--R      +-+ 2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c +-+
--R      \|c log(-----) + \|c
--R      2c x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 81
ee4:=expandLog dd4

```



```

--R
--R (11)
--R
--R      +-----+
--R      +-+      +-+ | 2
--R      - \|c log(2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c)
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+      | 2      +-+      +-+
--R      \|c log(2c\|a x  + b x + c  + (- b x - 2c)\|c ) + (- log(c) - log(2) + 1)\|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 82      14:288 Schaums and Axiom differ by a constant
ff4:=complexNormalize ee4

```

```

--R
--R
--R      +-+
--R      (- log(c) - 2log(2) + 2)\|c
--R (12) -----
--R      2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

10 [1]:14.289  $\int \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x^2} dx$

$$\int \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x^2} = -\frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x^2} + a \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} + \frac{b}{2} \int \frac{1}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

(\*)+=

)clear all

--S 83

aa:=integrate(sqrt(a\*x^2+b\*x+c)/x^2,x)

--R

--R

--R (1)

--R [

--R

--R

--R

--R \*

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R \*

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

```

--R          +-----+
--R      +-+ | 2          2 2
--R      (4b x\|c \|a x + b x + c - 2b x - 4b c x)
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2          +-+
--R      2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c
--R      log(-----)
--R                          2c x
--R      +
--R          +-----+
--R      +---+ | 2          2          +---+ +-+
--R      (16c x\|- a \|a x + b x + c + (- 8b x - 16c x)\|- a \|c )
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2          +-+
--R      \|a x + b x + c - \|c
--R      atan(-----)
--R          +---+
--R          x\|- a
--R      +
--R          +-----+
--R      +-+ | 2          2 2          2
--R      (2b x + 8c)\|c \|a x + b x + c + (- 8a c + b )x - 6b c x - 8c
--R      /
--R          +-----+
--R          | 2          2          +-+
--R      8c x\|a x + b x + c + (- 4b x - 8c x)\|c
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 84
t1:=integrate(1/sqrt(a*x^2+b*x+c),x)

```

```

--R      (2)
--R      [
--R      log
--R          +-----+
--R      +-+ +-+ | 2          +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R          2          +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+

```

```

--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R /
--R      +-+
--R      \|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R 2atan(-----)
--R      a x
--R -----]
--R      +---+
--R      \|- a
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 85
t2:=integrate(1/(x*sqrt(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R log(-----)
--R      x
--R (3) -----
--R      +-+
--R      \|c
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 86
bb1:=-sqrt(a*x^2+b*x+c)/x+a*t1.1+b/2*t2
--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      +-+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R b x\|a log(-----)
--R      x
--R +
--R      +-+
--R      2a x\|c
--R *
--R      log
--R      +-----+

```

```

--R          +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R          2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R          +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R          +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      - 2\|a \|c \|a x + b x + c
--R      /
--R      +-+ +-+
--R      2x\|a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 87
bb2:=-sqrt(a*x^2+b*x+c)/x+a*t1.2+b/2*t2

```

```

--R      (5)
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R      +---+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      b x\|- a log(-----)
--R                                  x
--R      +
--R          +-----+
--R          +---+ | 2 +---+ +-+
--R          +-+ \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      4a x\|c atan(-----)
--R                                  a x
--R      +
--R          +-----+
--R          +---+ +-+ | 2
--R          - 2\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      /
--R          +---+ +-+
--R          2x\|- a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 88
cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R
--R (6)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ +-+
--R      (- 4b c\|a \|a x + b x + c + (2b x + 4b c)\|a \|c )
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R
--R      x
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ +-+
--R      (4b c\|a \|a x + b x + c + (- 2b x - 4b c)\|a \|c )
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      | 2      +-+
--R      2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c
--R      log(-----)
--R
--R      2c x
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (- 8a c\|c \|a x + b x + c + 4a b c x + 8a c )
--R
--R      *
--R
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R
--R      +
--R
--R      2      +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2
--R      (8a c\|c \|a x + b x + c - 4a b c x - 8a c )
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      +-+ +-+      2
--R      (2\|c - 2x\|a )\|a x + b x + c + 2x\|a \|c - 2a x - b x - 2c
--R
--R      log(-----)

```

```

--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      - 2b c\|a \|a x + b x + c + (b x + 2b c)\|a \|c
--R
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      8c\|a \|c \|a x + b x + c + (- 4b c x - 8c )\|a
--R
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 89
cc2:=aa.2-bb1

```

```

--R
--R      (7)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      (- 4b c\|a \|a x + b x + c + (2b x + 4b c)\|a \|c )
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      log(-----)
--R
--R      x
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      (4b c\|a \|a x + b x + c + (- 2b x - 4b c)\|a \|c )
--R
--R      *
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c
--R
--R      log(-----)
--R
--R      2c x
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      (- 8a c\|c \|a x + b x + c + 4a b c x + 8a c )
--R
--R      *
--R
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c

```

```

--R      +
--R      2      +-+
--R      (- 2a x  - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ +-+ | 2      2      +---+ +-+
--R      (16c\|- a \|a \|c \|a x  + b x + c  + (- 8b c x - 16c )\|- a \|a )
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2      +-+
--R      \|a x  + b x + c  - \|c
--R      atan(-----)
--R      +---+
--R      x\|- a
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ +-+
--R      - 2b c\|a \|a x  + b x + c  + (b x + 2b c)\|a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2      2      +-+
--R      8c\|a \|c \|a x  + b x + c  + (- 4b c x - 8c )\|a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 90
cc3:=aa.1-bb2

```

```

--R
--R      (8)
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      2      +---+ +-+
--R      (- 4b c\|- a \|a x  + b x + c  + (2b x + 4b c)\|- a \|c )
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      2      +---+ +-+
--R      (4b c\|- a \|a x  + b x + c  + (- 2b x - 4b c)\|- a \|c )

```



```

--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c
--R      log(-----)
--R      2c x
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ +---+ +---+ | 2
--R      (8c\|- a \|a \|c \|a x + b x + c + (- 4b c x - 8c )\|- a \|a )
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ +---+ | 2
--R      (2\|c - 2x\|a )\|a x + b x + c + 2x\|a \|c - 2a x - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      (- 16a c\|c \|a x + b x + c + 8a b c x + 16a c )
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      - 2b c\|- a \|a x + b x + c + (b x + 2b c)\|- a \|c
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ +---+ | 2
--R      8c\|- a \|c \|a x + b x + c + (- 4b c x - 8c )\|- a
--R
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 91
cc4:=aa.2-bb2
--R

```

```

--R      (9)
--R      +-----+
--R      +---+ | 2
--R      (- 4b c\|- a \|a x + b x + c + (2b x + 4b c)\|- a \|c )

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2                2                +---+ +-+
--R      (4b c\|- a \|a x + b x + c + (- 2b x - 4b c)\|- a \|c )
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2                +-+
--R      2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c
--R      log(-----)
--R      2c x
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2                2
--R      (- 16a c\|c \|a x + b x + c + 8a b c x + 16a c )
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2                +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2                2
--R      (- 16a c\|c \|a x + b x + c + 8a b c x + 16a c )
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2                +-+
--R      \|a x + b x + c - \|c
--R      atan(-----)
--R      +---+
--R      x\|- a
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2                2                +---+ +-+
--R      - 2b c\|- a \|a x + b x + c + (b x + 2b c)\|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ | 2                2                +---+
--R      8c\|- a \|c \|a x + b x + c + (- 4b c x - 8c )\|- a
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

--E

--S 92

dd4:=ratDenom cc4

--R

--R (10)

$$\begin{aligned}
& - 2b\sqrt{c} \log\left(\frac{\sqrt{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} - bx - 2c}}{x}\right) \\
& + 2b\sqrt{c} \log\left(\frac{2c\sqrt{ax^2+bx+c} + (-bx - 2c)\sqrt{c}}{2cx}\right) - b\sqrt{c}
\end{aligned}$$

/

4c

Type: Expression Integer

--E

--S 93

ee4:=expandLog dd4

--R

--R (11)

$$\begin{aligned}
& - 2b\sqrt{c} \log(2\sqrt{c}\sqrt{ax^2+bx+c} - bx - 2c) \\
& + 2b\sqrt{c} \log(2c\sqrt{ax^2+bx+c} + (-bx - 2c)\sqrt{c}) \\
& + (-2b \log(c) - 2b \log(2) - b)\sqrt{c}
\end{aligned}$$

/

4c

Type: Expression Integer

--E

--S 94 14:289 Schaums and Axiom differ by a constant

ff4:=complexNormalize ee4

--R

--R

$$(-b \log(c) - 2b \log(2) - b)\sqrt{c}$$

```
--R (12) -----  
--R  
--R 4c  
--R  
--E
```

Type: Expression Integer

11 [1]:14.290  $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$

$$\int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}} = \frac{2(2ax + b)}{(4ac - b^2)\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 95
aa:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^(3/2),x)
--R
--R
--R
--R          +-----+
--R          |  2          +-+
--R      - 2x\|a x  + b x + c  + 2x\|c
--R (1) -----
--R          +-----+
--R      +-+ |  2          2          2
--R      (b x + 2c)\|c \|a x  + b x + c  - 2a c x  - 2b c x - 2c
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 96
bb:=(2*(2*a*x+b))/((4*a*c-b^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c))
--R
--R
--R      4a x + 2b
--R (2) -----
--R          +-----+
--R      2 |  2
--R      (4a c - b )\|a x  + b x + c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 97
cc:=aa-bb
--R
--R
--R (3)
--R          +-----+
--R      +-+ |  2          2
--R      4b\|c \|a x  + b x + c  - 2b x - 4b c
--R -----
--R          +-----+
--R      2  2 |  2          3          2  2 +-+
--R      (8a c  - 2b c)\|a x  + b x + c  + ((- 4a b c + b )x - 8a c  + 2b c)\|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

--E

--S 98 14:290 Schaums and Axiom differ by a constant

dd:=ratDenom cc

--R

--R                    +++

--R                    2b\|c

--R (4) -----

--R                    2    2

--R                    4a c  - b c

--R

Type: Expression Integer

--E



--S 102 14:291 Schaums and Axiom differ by a constant

dd:=ratDenom cc

--R

--R                    ++  
--R                    4\|c

--R (4) - -----

--R                                    2  
--R                    4a c - b

--R

Type: Expression Integer

--E



13 [1]:14.292

$$\int \frac{x^2 dx}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$$

$$\int \frac{x^2}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}} = \frac{(2b^2 - 4ac)x + 2bc}{a(4ac - b^2)\sqrt{ax^2 + bx + c}} + \frac{1}{a} \int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

(\*)+=

)clear all

--S 103

aa:=integrate(x^2/(a\*x^2+b\*x+c)^(3/2),x)

--R

--R

--R (1)

--R [

$$\begin{aligned} & \frac{\log\left(\frac{(b^2 x^2 + 2c)\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - 2acx^2 - 2bcx - 2c^2}{(2\sqrt{a}\sqrt{c} - 2ax)\sqrt{ax^2 + bx + c} + 2ax\sqrt{c}}\right)}{(-2ax^2 - bx - 2c)\sqrt{a}} \\ & + \frac{2\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{2cx\sqrt{a}\sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2bx^2 - 2cx)\sqrt{a}\sqrt{c}} \\ & / \frac{(abx + 2ac)\sqrt{a}\sqrt{c}\sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2acx^2 - 2abcx - 2ac^2)\sqrt{a}}{2} \end{aligned}$$

```

--R      ((2b x + 4c)\|c \|a x + b x + c - 4a c x - 4b c x - 4c )
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +---+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      2      +---+ +---+
--R      2c x\|- a \|a x + b x + c + (- 2b x - 2c x)\|- a \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      +---+ +---+ | 2
--R      (a b x + 2a c)\|- a \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      2 +---+
--R      (- 2a c x - 2a b c x - 2a c )\|- a
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

--S 104

t1:=integrate(1/sqrt(a\*x^2+b\*x+c),x)

```

--R
--R      (2)
--R      [
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +---+ | 2      +---+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R      +
--R      2      +---+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      /
--R      +-+
--R      \|a
--R      ,
--R      +-----+
--R      +---+ | 2      +---+ +---+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      2atan(-----)
--R

```

```

--R          a x
--R -----]
--R          +---+
--R          \|- a
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

--S 105

```
bb1:=((2*b^2-4*a*c)*x+2*b*c)/(a*(4*a*c-b^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c))+1/a*t1.1
```

```

--R
--R (3)
--R          +-----+
--R          2 | 2
--R (4a c - b )\|a x + b x + c
--R *
--R log
--R          +-----+
--R          +-+ +-+ | 2 +-+
--R (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R +
--R          2 +-+
--R (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R /
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R +
--R          2 +-+
--R ((- 4a c + 2b )x + 2b c)\|a
--R /
--R          +-----+
--R          2 2 +-+ | 2
--R (4a c - a b )\|a \|a x + b x + c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 106

```
bb2:=((2*b^2-4*a*c)*x+2*b*c)/(a*(4*a*c-b^2)*sqrt(a*x^2+b*x+c))+1/a*t1.2
```

```

--R
--R (4)
--R          +-----+
--R          +-----+ +-----+ | 2 +-----+ +-+
--R          2 | 2          \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R (8a c - 2b )\|a x + b x + c atan(-----)
--R                                          a x
--R +

```

```

--R          2          +---+
--R      ((- 4a c + 2b )x + 2b c)\|- a
--R /
--R          +-----+
--R      2      2 +---+ | 2
--R      (4a c - a b )\|- a \|a x + b x + c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 107
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (5)
--R          +-----+
--R          +-+ | 2          2          2
--R          4b c\|c \|a x + b x + c - 2b c x - 4b c
--R -----
--R          +-----+
--R      2 2      2 | 2          2          3      2 2      2 +-+
--R      (8a c - 2a b c)\|a x + b x + c + ((- 4a b c + a b )x - 8a c + 2a b c)\|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 108
cc2:=aa.2-bb1
--R
--R      (6)
--R          +-----+
--R      2      2 +---+ | 2
--R      (- 8a c + 2b c)\|- a \|a x + b x + c
--R +
--R          3      2      2 +---+ +-+
--R      ((4a b c - b )x + 8a c - 2b c)\|- a \|c
--R *
--R      log
--R          +-----+
--R          +-+ +-+ | 2          +-+
--R          (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R +
--R          2      +-+
--R          (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R /
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R          2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R +

```

```

--R
--R
--R      +-----+
--R      2 2 +-+ | 2
--R      (16a c - 4b c)\|a \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      3 2 2 +-+ +-+
--R      ((- 8a b c + 2b )x - 16a c + 4b c)\|a \|c
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ +-+ | 2 2 2 +---+ +-+
--R      4b c\|- a \|a \|c \|a x + b x + c + (- 2b c x - 4b c )\|- a \|a
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      2 2 2 +---+ +-+ | 2
--R      (8a c - 2a b c)\|- a \|a \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      2 3 2 2 2 +---+ +-+ +-+
--R      ((- 4a b c + a b )x - 8a c + 2a b c)\|- a \|a \|c
--R
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 109
cc3:=aa.1-bb2

```

```

--R
--R      (7)
--R
--R      +-----+
--R      2 2 +---+ | 2
--R      (8a c - 2b c)\|- a \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      3 2 2 +---+ +-+
--R      ((- 4a b c + b )x - 8a c + 2b c)\|- a \|c
--R
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      +-+ +-+ | 2 +-+
--R      (2\|a \|c - 2a x)\|a x + b x + c + 2a x\|c
--R
--R      +
--R      2 +-+
--R      (- 2a x - b x - 2c)\|a
--R
--R      /
--R      +-----+

```

```

--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      +
--R      +-----+
--R      2 2 +-+ | 2
--R      (- 16a c + 4b c)\|a \|a x + b x + c
--R      +
--R      3 2 2 +-+ +-+
--R      ((8a b c - 2b )x + 16a c - 4b c)\|a \|c
--R      *
--R      +-----+
--R      +---+ | 2 +---+ +-+
--R      \|- a \|a x + b x + c - \|- a \|c
--R      atan(-----)
--R      a x
--R      +
--R      +-----+
--R      +---+ +-+ +-+ | 2 2 2 +---+ +-+
--R      4b c\|- a \|a \|c \|a x + b x + c + (- 2b c x - 4b c )\|- a \|a
--R      /
--R      +-----+
--R      2 2 2 +---+ +-+ | 2
--R      (8a c - 2a b c)\|- a \|a \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 3 2 2 2 +---+ +-+ +-+
--R      ((- 4a b c + a b )x - 8a c + 2a b c)\|- a \|a \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 110
cc4:=aa.2-bb2

```

```

--R
--R      (8)
--R      +-----+
--R      +-+ | 2 2 2
--R      4b c\|c \|a x + b x + c - 2b c x - 4b c
--R      -----
--R      +-----+
--R      2 2 2 | 2 2 3 2 2 2 +-+
--R      (8a c - 2a b c)\|a x + b x + c + ((- 4a b c + a b )x - 8a c + 2a b c)\|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 111 14:292 Schaums and Axiom differ by a constant
dd4:=ratDenom cc4
--R

```

```

--R      +-+
--R      2b\|c
--R (9)  -----
--R      2      2
--R      4a c - a b
--R
--E

```

Type: Expression Integer

14 [1]:14.293  $\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$

$$\int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)^{3/2}} = \frac{1}{c\sqrt{ax^2 + bx + c}} + \frac{1}{c} \int \frac{1}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}} - \frac{b}{2c} \int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$$

(\*)+=

)clear all

--S 112

aa:=integrate(1/(x\*(a\*x^2+b\*x+c)^(3/2)),x)

--R

--R

--R (1)

$$\frac{\sqrt{bx^2 + 2c} \sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2ax^2 - 2bx - 2c)\sqrt{c}}{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c} \log\left(\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{2x\sqrt{c}}\right) + \frac{2bx \sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2ax^2 - 2bx)\sqrt{c}}{(bcx^2 + 2c)\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - 2acx^2 - 2bcx - 2c}$$

--R \*

$$\log\left(\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{2x\sqrt{c}}\right)$$

--R +

$$\frac{2bx \sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2ax^2 - 2bx)\sqrt{c}}{(bcx^2 + 2c)\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - 2acx^2 - 2bcx - 2c}$$

--R /

$$\frac{\sqrt{bx^2 + 2c} \sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2ax^2 - 2bx - 2c)\sqrt{c}}{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c} \log\left(\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{2x\sqrt{c}}\right) + \frac{2bx \sqrt{ax^2 + bx + c} + (-2ax^2 - 2bx)\sqrt{c}}{(bcx^2 + 2c)\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - 2acx^2 - 2bcx - 2c}$$

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

--S 113

t1:=integrate(1/(x\*sqrt(a\*x^2+b\*x+c)),x)

--R

--R

$$\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{x} \log\left(\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{x}\right)$$

--R (2)

$$\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{x} \log\left(\frac{2\sqrt{c} \sqrt{ax^2 + bx + c} - bx - 2c}{x}\right)$$



```
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

```
--S 114
t2:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^(3/2),x)
```

```
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2          +-+
--R      - 2x\|a x  + b x + c  + 2x\|c
--R (3) -----
--R          +-----+
--R      +-+ | 2          2          2
--R      (b x + 2c)\|c \|a x  + b x + c  - 2a c x  - 2b c x - 2c
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E
```

```
--S 115
bb:=1/(c*sqrt(a*x^2+b*x+c))+1/c*t1-b/(2*c)*t2
```

```
--R
--R (4)
--R
--R          +-----+
--R          2          2 | 2
--R      (2a c x  + 2b c x + 2c )\|a x  + b x + c
--R +
--R          3          2 2          2 +-+
--R      (- a b x  + (- 2a c - b )x  - 3b c x - 2c )\|c
--R *
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R          2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R      log(-----)
--R          x
--R +
--R          +-----+
--R          2 | 2          3          2 2          2 +-+
--R      - 2c \|a x  + b x + c  + (- a b x  + (2a c - b )x  + b c x + 2c )\|c
--R /
--R          +-----+
--R          2 2          2          3 +-+ | 2          2 3
--R      (2a c x  + 2b c x + 2c )\|c \|a x  + b x + c  - a b c x
--R +
--R          3          2 2 2          3          4
--R      (- 2a c  - b c )x  - 3b c x - 2c
--R                                         Type: Expression Integer
--E
```

```

--S 116
cc:=aa-bb
--R
--R (5)
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 | 2
--R      ((- 4a c - b )x - 8b c x - 8c )\|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      3      2 2      2 +-+
--R      (4a b x + (8a c + 4b )x + 12b c x + 8c )\|c
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      2 2      2 | 2
--R      ((4a c + b )x + 8b c x + 8c )\|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      3      2 2      2 +-+
--R      (- 4a b x + (- 8a c - 4b )x - 12b c x - 8c )\|c
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      +-+
--R      2x\|c
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      2 2      2 | 2
--R      ((4a c + b )x + 8b c x + 8c )\|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      3      2 2      2 +-+
--R      (- 4a b x + (- 8a c - 4b )x - 12b c x - 8c )\|c
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      2 2 2      2 3 +-+ | 2      2 3
--R      ((4a c + b c)x + 8b c x + 8c )\|c \|a x + b x + c - 4a b c x
--R
--R      +
--R      3      2 2 2      3      4
--R      (- 8a c - 4b c )x - 12b c x - 8c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 117
dd:=ratDenom cc
--R
--R (6)
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R          +-+ 2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R - \|c log(-----)
--R                                 x
--R +
--R          +-----+
--R          | 2
--R          +-+ 2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c +-+
--R \|c log(-----) + \|c
--R                                 2c x
--R /
--R 2
--R c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 118
ee:=expandLog dd
--R
--R (7)
--R          +-----+
--R          +-+ +-+ | 2
--R          - \|c log(2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c)
--R +
--R          +-----+
--R          +-+ | 2
--R          \|c log(2c\|a x + b x + c + (- b x - 2c)\|c )
--R +
--R          +-+
--R          (- log(c) - log(2) + 1)\|c
--R /
--R 2
--R c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 119 14:293 Schaums and Axiom differ by a constant
ff:=complexNormalize ee
--R
--R
--R          +-+

```

```

--R      (- log(c) - 2log(2) + 2)\|c
--R (8) -----
--R              2
--R             2c
--R
--E

```

Type: Expression Integer

15 [1]:14.294  $\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)^{3/2}}$

$$\int \frac{1}{x^2(ax^2 + bx + c)^{3/2}} = -\frac{ax^2 + bx + c}{c^2x\sqrt{ax^2 + bx + c}} + \frac{b^2 - 2ac}{2c^2} \int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}} - \frac{3b}{2c^2} \int \frac{1}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 120
```

```
aa:=integrate(1/(x^2*(a*x^2+b*x+c)^(3/2)),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (1)
```

```
--R
```

```
--R      +-----+
--R      3 3      2 2      2 2 2 2      2 2 2 2      2 2 2 2      2 2 2 2
--R      ((- 24a b c - 6b )x - 48b c x - 48b c x)\|c \|a x + b x + c
```

```
--R
```

```
--R      +
--R      2 4      2 3 3      2 2 2      3
--R      24a b c x + (48a b c + 24b c)x + 72b c x + 48b c x
```

```
--R
```

```
--R      *
--R      +-----+
```

```
--R
```

```
--R      2 2 2 2      2 2 2 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
```

```
--R
```

```
--R      2 2 2 2
--R      2x\|c
```

```
--R
```

```
--R      +
--R      3 3      2 2 2 2      2 2 2 2      2 2 2 2      3 2 2 2
--R      ((4a b c - 9b )x + (64a c - 24b c)x + 40b c x + 32c )\|c
```

```
--R
```

```
--R      *
--R      +-----+
```

```
--R
```

```
--R      \|a x + b x + c
```

```
--R
```

```
--R      +
--R      2 2      2 4      2 3 3      3 2 2 2
--R      (- 32a c + 24a b c)x + (- 48a b c + 24b c)x + (- 80a c + 8b c )x
```

```
--R
```

```
--R      +
--R      3 4
--R      - 56b c x - 32c
```

```
--R
```

```

--R /
--R
--R          +-----+
--R      4      2 3 3      4 2      5 | 2
--R      ((16a c + 4b c )x + 32b c x + 32c x)\|a x + b x + c
--R      +
--R      3 4      4      2 3 3      4 2      5 +-+
--R      (- 16a b c x + (- 32a c - 16b c )x - 48b c x - 32c x)\|c
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

--S 121

```
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^(3/2),x)
```

```

--R
--R          +-----+
--R          | 2      +-+
--R      - 2x\|a x + b x + c + 2x\|c
--R (2) -----
--R          +-----+
--R      +-+ | 2      2      2
--R      (b x + 2c)\|c \|a x + b x + c - 2a c x - 2b c x - 2c
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

--S 122

```
t2:=integrate(1/(x*sqrt(a*x^2+b*x+c)),x)
```

```

--R
--R          +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R          x
--R (3) -----
--R          +-+
--R          \|c
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

--S 123

```
bb:=- (a*x^2+2*b*x+c)/(c^2*x*sqrt(a*x^2+b*x+c))+(b^2-2*a*c)/(2*c^2)*t1-(3*b)/(2*c^2)*t2
```

```

--R
--R (4)
--R          +-----+
--R      3      2 2      2 | 2
--R      (- 6a b c x - 6b c x - 6b c x)\|a x + b x + c
--R      +
--R      2 4      3 3      2 2      2 +-+

```

```

--R      (3a b x + (6a b c + 3b )x + 9b c x + 6b c x)\|c
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R      +
--R      +-----+
--R      3 2 2 2 2 3 | 2
--R      (2a b c x + (8a c + 2b c)x + 10b c x + 4c)\|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 4 3 3 2 2 2
--R      (- 8a c + 2a b )x + (- 16a b c + 2b )x + (- 12a c - 6b c)x
--R      +
--R      2 3
--R      - 12b c x - 4c
--R      *
--R      +-+
--R      \|c
--R      /
--R      +-----+
--R      3 3 3 2 4 +-+ | 2 3 4
--R      (4a c x + 4b c x + 4c x)\|c \|a x + b x + c - 2a b c x
--R      +
--R      4 2 3 3 4 2 5
--R      (- 4a c - 2b c )x - 6b c x - 4c x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 124
cc:=aa-bb
--R

```

```

--R      (5)
--R      2 4 3 2 3 2 2 2 3
--R      ((72a b c + 6b )x + (144a b c + 108b c)x + 288b c x + 192b c )
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R      +
--R      2 2 3 4 2 2 4 3
--R      (- 48a b c - 36a b c)x + (- 240a b c - 36b c)x
--R      +
--R      3 3 2 2 2 3 4
--R      (- 240a b c - 228b c )x - 384b c x - 192b c

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      x
--R
--R      +
--R      2      4 3      2      3 2      2 2
--R      (- 72a b c - 6b )x + (- 144a b c - 108b c)x - 288b c x
--R
--R      +
--R      3
--R      - 192b c
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      2 2      3 4      2 2      4 3
--R      (48a b c + 36a b c)x + (240a b c + 36b c)x
--R
--R      +
--R      3      3 2 2      2 3      4
--R      (240a b c + 228b c )x + 384b c x + 192b c
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      2\|c \|a x + b x + c - b x - 2c
--R      log(-----)
--R      +-+
--R      2x\|c
--R
--R      +
--R      2      4 3      2      3 2      2 2      3
--R      ((- 60a b c - 5b )x + (- 120a b c - 90b c)x - 240b c x - 160b c )
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      \|c \|a x + b x + c
--R
--R      +
--R      2 2      3 4      2 2      4 3      3      3 2 2
--R      (40a b c + 30a b c)x + (200a b c + 30b c)x + (200a b c + 190b c )x
--R
--R      +
--R      2 3      4
--R      320b c x + 160b c
--R
--R      /
--R      4      3 3 3      5      2 4 2      5      6
--R      ((48a b c + 4b c )x + (96a c + 72b c )x + 192b c x + 128c )
--R
--R      *

```



```

--R          +-----+
--R          |  2
--R          \|a x  + b x + c
--R    +
--R          2 4      2 3 4      4      3 3 3
--R          (- 32a c  - 24a b c )x  + (- 160a b c  - 24b c )x
--R    +
--R          5      2 4 2      5      6
--R          (- 160a c  - 152b c )x  - 256b c x - 128c
--R    *
--R    +-+
--R    \|c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 125
dd:=ratDenom cc
--R
--R (6)
--R          +-----+
--R          +-+ |  2
--R          +-+ 2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c
--R    6b\|c log(-----)
--R                                 x
--R  +
--R          +-----+
--R          |  2
--R          +-+ 2c\|a x  + b x + c  + (- b x - 2c)\|c  +-+
--R    - 6b\|c log(-----) - 5b\|c
--R                                 2c x
--R  /
--R    3
--R    4c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 126
ee:=expandLog dd
--R
--R (7)
--R          +-----+
--R          +-+ +-+ |  2
--R          6b\|c log(2\|c \|a x  + b x + c  - b x - 2c)
--R  +
--R          +-----+
--R          +-+ |  2
--R          +-+

```

```

--R      - 6b\|c log(2c\|a x  + b x + c  + (- b x - 2c)\|c )
--R      +
--R      +--+
--R      (6b log(c) + 6b log(2) - 5b)\|c
--R      /
--R      3
--R      4c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 127 14:294 Schaums and Axiom differ by a constant  
ff:=complexNormalize ee

```

--R
--R      +--+
--R      (3b log(c) + 6b log(2) - 5b)\|c
--R      (8) -----
--R      3
--R      4c
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

**16 [1]:14.295**  $\int (ax^2 + bx + c)^{n+1/2} dx$

$$\int (ax^2 + bx + c)^{n+1/2} = \frac{(2ax + b)(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}{4a(n + 1)} + \frac{(2n + 1)(4ac - b^2)}{8a(n + 1)} \int (ax^2 + bx + c)^{n-1/2}$$

```

(*)+≡
)clear all

```

--S 128 14:295 Axiom cannot compute this integral  
aa:=integrate((a\*x^2+b\*x+c)^(n+1/2),x)

```

--R
--R
--R      2n + 1
--R      -----
--R      x
--R      ++      2      2
--R      (1) | (c + %N b + %N a)  d%N
--R      ++
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

17 [1]:14.296  $\int x(ax^2 + bx + c)^{n+1/2} dx$

$$\int x(ax^2 + bx + c)^{n+1/2} = \frac{(ax^2 + bx + c)^{n+3/2}}{a(2n + 3)} - \frac{b}{2a} \int (ax^2 + bx + c)^{n+1/2}$$

<\*>+≡  
)clear all

--S 129 14:296 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(x\*(a\*x^2+b\*x+c)^(n+1/2),x)

--R

--R

--R  $\frac{x}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R (1) |  $\frac{x}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R ++

--R (1) |  $\frac{x}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R ++

--R Type: Union(Expression Integer,...)

--E

18 [1]:14.297  $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$

$$\int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}} = \frac{2(2ax + b)}{(2n - 1)(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)^{n-1/2}} + \frac{8a(n - 1)}{(2n - 1)(4ac - b^2)} \int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^{n-1/2}}$$

<\*>+≡  
)clear all

--S 130 14:297 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(1/(a\*x^2+b\*x+c)^(n+1/2),x)

--R

--R

--R  $\frac{1}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R (1) |  $\frac{1}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R ++

--R (1) |  $\frac{1}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R ++

--R (1) |  $\frac{1}{(c + \%N b + \%N a)^2} \frac{2n + 1}{2} d\%N$

--R ++

--R Type: Union(Expression Integer,...)

--E



## References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*  
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 pp72-73